



المركز الديمقراطي العربي



استخدام التحويل المويجي وتمثيل فضاء الحالة
لنماذج بوكس-جينكنز والتمهيد الأسي للتنبؤ
باستهلاك المياه في محافظة عدن

DEMOCRATIC ARAB CENTER
Germany: Berlin

تأليف :
د.نمران سلطان علي أحمد الدبعي
د.عبد الرزاق أحمد الرازحي



DEMOCRATIC ARAB CENTER
Germany: Berlin



Use of Wavelet Transform and State Space
representation for Box - Jenkins Models
and Exponential Smoothing for
Forecasting to consumption of Water in
Aden Governorate



VR . 3383 - 6823. B

DEMOCRATIC ARAB CENTER
Germany: Berlin

2023

الناشر:

المركز الديمقراطي العربي

للدراستات الاستراتيجية والسياسية والاقتصادية

ألمانيا/برلين

Democratic Arab Center

For Strategic, Political & Economic Studies

Berlin / Germany

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو أي جزء منه أو تخزينه في نطاق استعادة المعلومات أو نقله بأي شكل من الأشكال، دون إذن مسبق خطي من الناشر.

جميع حقوق الطبع محفوظة

All rights reserved

No part of this book may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, without the prior written permission of the publisher.

المركز الديمقراطي العربي للدراسات الاستراتيجية

والسياسية والاقتصادية ألمانيا/برلين

البريد الإلكتروني book@democraticac.d



المركز الديمقراطي العربي
للدراستات الاستراتيجية، الاقتصادية والسياسية
Democratic Arab Center
for Strategic, Political & Economic Studies

كتاب: استخدام التحويل المويجي وتمثيل فضاء الحالة لنماذج بوكس-جينكنز
والتمهيد الآسي للتنبؤ باستهلاك المياه في محافظة عدن
تأليف: د. نمران سلطان علي أحمد الدبعي، د. عبدالرزاق أحمد الرازحي

رئيس المركز الديمقراطي العربي: أ. عمار شرعان

مديرة النشر: د. ربيعة تمار المركز العربي الديمقراطي برلين ألمانيا

تنسيق: د. ليلى شيباني المركز العربي الديمقراطي برلين ألمانيا

رقم تسجيل الكتاب: VR. 3383 – 6823. B

الطبعة الأولى

2023 م

الآراء الواردة أدناه تعبر عن رأي الكاتب ولا تعكس بالضرورة وجهة نظر المركز الديمقراطي العربي

استخدام التحويل المويجي وتمثيل فضاء الحالة لنماذج بوكس-جينكنز والتمهيد الأسّي للتنبؤ باستهلاك المياه في محافظة عدن

*Use of Wavelet Transform and State Space representation
for Box – Jenkins Models and Exponential Smoothing for
Forecasting to consumption of Water in Aden Governorate*

إعداد:

د. نمران سلطان علي أحمد الدبعي

أستاذ الإحصاء المساعد

كلية العلوم الإدارية- جامعة عدن- الجمهورية اليمنية

د. عبدالرزاق أحمد الرازحي

أستاذ الإحصاء المشارك

كلية العلوم الإدارية- جامعة عدن- الجمهورية اليمنية

2023م

﴿ قَالَ رَبِّ اشْرَحْ لِي صَدْرِي * وَيَسِّرْ لِي أَمْرِي
* وَاحْلُلْ عُقْدَةً مِّنْ لِّسَانِي * يَفْقَهُوا قَوْلِي ﴾

سورة طه آية (25-28)

﴿ وَجَعَلْنَا مِنَ الْمَاءِ كُلَّ شَيْءٍ حَيٍّ أَفَلَا يُؤْمِنُونَ ﴾

سورة الأنبياء (30)

الإهداء

إلى من تسابق الكلمات لتخرج معبرة عن مكون ذاتها، الشمعة التي أضاءت دربي، من علمتي وعانت الصعاب ولولاد دعائها لي ما وصلت إلى هنا، القلب النابض بالحب والحنان، رعاها الله أُمِّي الحبيبة .

إلى من كلله الله بالهيبه والوقار، من علمني العطاء بدون انتظار، رعاني صغيراً، وشجعني كبيراً، وجعل مشواري العلمي ممكناً وعلمي أن العلم أقوى سلاح، وأن الصبر طريق النجاح أُمِّي الحبيب .

إلى من ساندني وآزرني في دربي، إلى من سارت معي نحو الحلم خطوة بخطوة، أثاب الله جميل صنعها زوجتي الحبيبة .

إلى روح ابني الطاهرة تنعمة الله بواسع رحمته ابني محمد .

من لأجلهم سرت في الدرب، رياحين الحياة، ومذاق المحبة والرحمة، أحاطهم الله برعايته، بناتي ومقلة إلى عيني رَهْف نَوْف رِفا .

إلى من عانوا من أجلي وسهروا لسهري وشاركوني طعم الحياة، وجعلهم الله سندي، وسر قوتي في الحياة اخواني الأعزاء .

إلى أصدقائي الذين شاركوني طعم الحياة فكانوا لي نعم الرفقاء شكراً وعرفاناً .

أهدي هذا العمل المتواضع

نمران

شكر وتقدير

الحمد لله رب العالمين، أشكره -تعالى- على نعمائه التي أجزل بها عليّ، وأمدني بالعون لإتمام هذا الكتاب، فإذا كان للباحث الحق في التوجيه بالشكر، والتقدير، والعرفان لمن كان لهم الفضل في إظهار هذه الرسالة إلى حيز الوجود، هم -في الحقيقة- كثيرون ولا أستطيع حصر جميع أسمائهم، فمن لم يرد اسمه فله جزيل الشكر والتقدير سلفاً.

بكل الحب والوفاء، وبأرق كلمات الشكر والثناء، أتقدم بالشكر والتقدير والعرفان بالجميل إلى استاذي الجليل الدكتور/ عبد الرزاق أحمد الرازحي الذي أشرف على هذا الكتاب، رئيس قسم الاحصاء والمعلوماتية، فمهما حاولت جاهداً أن أعبر عن شكري وتقديري فلن أوفية قدرة، فهو المعلم والانسان، قلب نابض، وعطاء دائم متجدد، وقف بجاني وتحمل تقصيري، شجعني ومنحني الإرادة، وفتح لي أفقاً من العلم والمعرفة تعينني في مسيرتي العلمية، فأسأل الله تعالى أن يمدّه بموفور الصحة والنعيم ويبارك في عمره

كما أشكر الأساتذة الأعزاء أعضاء لجنة المناقشة الموقرين على تجشهم عناء قراءة هذه الرسالة، وقبول مناقشتها وإبداء ملاحظاتهم القيمة التي ستغني الكتاب وتثري الباحث.

كما أتقدم بالشكر الجزيل إلى جميع الأساتذة الأجلاء أساتذة قسم الإحصاء والمعلوماتية بكلية العلوم الإدارية جامعة عدن لما قدموه من دعم معنوي كان نتيجته الوصول إلى إعداد هذا الكتاب.

والشكر الجزيل لموظفي المؤسسة العامة للمياه والصرف الصحي -عدن على تعاونهم في إعطاء المطلوب من البيانات والمعلومات.

فجزى الله الجميع عني خير الجزاء

✍

الباحثان

فهرس المحتويات

الصفحة	الموضوع
د	الآية القرآنية.....
هـ	الإهداء.....
و	شكر وتقدير.....
ز	فهرس المحتويات.....
ك	فهرس الجداول.....
م	فهرس الأشكال.....
س	قائمة مصطلحات الكتاب.....
ص	قائمة بالرموز المستخدمة في الكتاب.....
ر	ملخص الكتاب باللغة العربية.....
ت	<i>Abstract</i>
19-1	الفصل الأول: الإطار العام للكتاب
2	1.1 المقدمة.....
4	1.2 الاطار المنهجي.....
8	1.3 الدراسات السابقة.....
8	1.3.1 الدراسات العربية.....
11	1.3.2 الدراسات الاجنبية.....
109-20	الفصل الثاني: الإطار النظري للدراسة
21	2.1 مفاهيم عامة في السلاسل الزمنية.....

21 مفهوم السلاسل الزمنية	2.1.1
21 مكونات السلاسل الزمنية	2.1.2
24 استقرار السلاسل الزمنية	2.1.3
25 دالة الارتباط الذاتي	2.1.4
27 دالة الارتباط الذاتي الجزئي	2.1.5
28 اختبارات جذر الوحدة	2.1.6
28 اختبار ديكي-فولر (DF)	2.1.6.1
29 اختبار ديكي-فولر الموسع (ADF)	2.1.6.2
30 اختبار فليبس بيرون (pp)	2.1.6.3
31 اختبار جذر الوحدة الموسمي (HEGY)	2.1.6.4
33 نماذج فضاء الحالة	2.2
33 مفهوم فضاء الحالة	2.2.1
34 مفهوم نموذج فضاء الحالة	2.2.2
36 المتطلبات الأساسية لنمذجة فضاء الحالة	2.2.3
36 فوائد نماذج فضاء الحالة	2.2.4
37 أصناف نماذج فضاء الحالة	2.2.5
39 نموذج فضاء الحالة الخطي	2.2.6
41 طريقة بوكس-جينكنز لبناء نماذج السلاسل الزمنية	2.3
42 نماذج الانحدار الذاتي (AR)	2.3.1
43 نماذج المتوسطات المتحركة (MA)	2.3.2
43 نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة (ARMA)	2.3.3
44 نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المتكاملة (ARIMA)	2.3.4
45 مراحل منهجية بوكس-جينكنز	2.3.5
52 تمثيل نماذج بوكس-جينكنز بصيغة فضاء الحالة	2.4
52 تمثيل نماذج الانحدار الذاتي (AR) في صيغة فضاء الحالة	2.4.1
54 تمثيل نماذج المتوسطات المتحركة (MA) في صيغة فضاء الحالة	2.4.2
55 تمثيل نماذج (ARMA) في صيغة فضاء الحالة	2.4.3
57 تمثيل نماذج (ARIMA) في صيغة فضاء الحالة	2.4.4
61 التمهيد الآسي	2.5

61 مفهوم التمهيد الآسي	2.5.1
62 طرائق التمهيد الآسي	2.5.2
63 طريقة التمهيد الآسي البسيط (N,N)	2.5.2.1
65 طرائق التمهيد الآسي المضاعف (المزدوج)	2.5.2.2
68 طرائق التمهيد الآسي الثلاثي	2.5.2.3
73 نماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي	2.6
74 التمهيد الآسي البسيط بأخطاء مضافة ETS(A,N,N)	2.6.1
75 طريقة هولت الخطية بأخطاء مضافة ETS(A,A,N)	2.6.2
75 طريقة هولت المتضائلة بأخطاء مضافة ETS(A,Ad,N)	2.6.3
76 طريقة هولت وينترز الموسمية بأخطاء مضافة ETS(A,A,A)	2.6.4
77 النموذج العام لفضاء الحالة للتمهيد الآسي	2.6.5
82 العلاقة بين نماذج ARIMA والتمهيد الآسي ETS	2.7
84 تقدير نماذج فضاء الحالة	2.8
84 مقدر الإمكان الأعظم	2.8.1
85 مرشح كالمن	2.8.2
87 الأسلوب المتتالي لكالمن	2.8.3
92 العلاقة بين التمهيد الآسي ومرشح كالمن	2.9
93 التحويل الموجي	2.10
93 مفهوم الموجة	2.10.1
97 عائلات الموجات	2.10.2
98 أنواع التحويلات الموجية	2.10.3
99 التحويل الموجي المتقطع	2.10.3.1
101 التحويل الموجي ونموذج ARIMA	2.11
106 مقاييس دقة التنبؤ	2.12
174-110	الفصل الثالث: الإطار التطبيقي للدراسة استخدام نماذج السلاسل الزمنية في التنبؤ باستهلاك المياه	
112 واقع المياه في الجمهورية اليمنية	3.1
113 نبذة عن المياه في محافظة عدن	3.2

122	التنبؤ باستهلاك المياه في محافظة عدن	3.3
123	التنبؤ باستهلاك المياه في محافظة عدن باستخدام نماذج بوكس-جينكنز (Box-Jenkins)	3.4
123	مرحلة التعرف	3.4.1
123	الرسم البياني للسلاسل الزمنية	3.4.1.1
125	دالة الارتباط الذاتي (ACF) ودالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF)	3.4.1.2
126	اختبار جذر الوحدة	3.4.1.3
129	الكشف عن المركبة الموسمية	3.4.1.4
130	اختبار جذر الوحدة الموسمي (HEGY)	3.4.1.5
133	تشخيص النموذج الملائم	3.4.2
134	مرحلة تقدير معلمات النموذج	3.4.3
135	مرحلة الفحص التشخيصي للنموذج	3.4.4
138	مقارنة القيم الفعلية بالقيم التقديرية	3.4.5
139	تمثيل نموذج $ARIMA(1,1,0)$ باستخدام منهجية فضاء الحالة	3.5
141	التنبؤ باستخدام طرائق التمهيد الآسي	3.6
146	نماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي	3.7
150	المفاضلة بين نماذج $ARIMA$ والتمهيد الآسي ETS	3.8
151	استخدام مرشح كالمن لتقدير نموذج $ARIMA(1,1,0)$	3.9
159	استخدام التحويل المويجي في التنبؤ	3.10
159	الطريقة الأولى Wavelete- $ARIMA-1$	3.10.1
166	الطريقة الثانية Wavelete- $ARIMA-2$	3.10.2
173	المقارنة بين مرشح كالمن والتحويل المويجي	3.11
179-175	الفصل الرابع: الاستنتاجات والتوصيات	
176	الاستنتاجات	4.1
179	التوصيات	4.2
180	قائمة المراجع	
	الملاحق	
	الملخص باللغة الإنجليزية	

فهرس الجداول

الصفحة	العنوان	رقم الجدول
15	مقارنة بين نتائج الدراسة الحالية والدراسات السابقة.....	1.1
46	خصائص دالة الارتباط الذاتي (ACF) ودالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) لنماذج السلاسل الزمنية المستقرة.....	2.1
62	تصنيف طرائق التمهيد الآسي حسب الاتجاه والموسمية.....	2.3
63	اختصارات بعض أسماء طرائق التمهيد الآسي.....	2.4
71	حساب القيم الابتدائية المستخدمة لطرق التمهيد الآسي.....	2.5
72	معادلات التنبؤ ومعادلات التمهيد لطرق التمهيد الآسي.....	2.6
79	نماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS مع الأخطاء المضافة.....	2.7
80	نماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS مع الأخطاء المضاعفة.....	2.8
81	اختصارات بعض أسماء طرائق فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS.....	2.9
82	تصنيف نماذج ETS حسب الأخطاء المضافة والمضاعفة.....	2.10
83	مقارنة بين نماذج ARIMA ونماذج التمهيد الآسي ETS.....	2.11
90	معادلات مرشح كالمن.....	2.12
114	تطور استهلاك المياه في محافظة عدن م3 خلال الأعوام 2005-2016.....	3.1
115	نصيب الفرد من المياه في الأعوام 2005-2016.....	3.2
117	تطور استهلاك المياه حسب الشرائح لأعوام مختاره (م ³).....	3.3
121	نسبة المياه المفقودة للفترة 2007-2013.....	3.4
122	البيانات الوصفية للسلسلة الزمنية (water) م3.....	3.5
126	نتائج اختبار جذر الوحدة ADF.....	3.6
127	تقدير النموذج (مع مقطع واتجاه) لاختبار ديكي-فولر المطور (ADF) للسلسلة (water).....	3.7
128	نتائج اختبار جذر الوحدة ADF اختبار فليبس براون (PP).....	3.8
131	نتائج اختبار جذر الوحدة الموسمي (HEGY).....	3.9
134	اختيار أفضل نموذج.....	3.10

134	تقدير معالم نموذج ARIMA (1,1,0)	3.11
137	نتائج اختبار Ljung-box لنموذج ARIMA (1,1,0)	3.12
139	معايير دقة التنبؤ لنموذج ARIMA(1,1,0)	3.13
143	قيم المعالم المستخدمة في التمهيد الآسي البسيط ومعايير المقارنة بينها.....	3.14
144	نتائج اختبار Ljung-box لنموذج ES(N,N)	3.15
145	معايير دقة التنبؤ للتمهيد الآسي البسيط ES(N,N)	3.16
146	المعالم المستخدمة في عملية التمهيد ومعايير المقارنة بين النماذج.....	3.17
148	نتائج اختبار Ljung-box لنموذج ETS(A,N,N)	3.18
149	معايير دقة التنبؤ لنموذج التمهيد الآسي البسيط ETS(A,N,N)	3.19
149	المقارنة بين ETS(A,N,N) و ES(N,N)	3.20
150	معايير دقة التنبؤ للمفاضلة بين ARIMA(1,1,0) و ETS(A,N,N)	3.21
157	نتائج اختبار Ljung-box لبواقي النموذج المقدر بمرشح كالمن	3.22
158	معايير دقة التنبؤ لنموذج ARIMA(1,1,0) كالمن.....	3.23
161	نتائج اختبار جذر الوحدة ADF للسلسلة الزمنية المعاد بناؤها Y^*	3.24
163	اختيار أفضل نموذج للسلسلة الزمنية المعاد بناؤها Y^*	3.25
163	معالم النموذج ARIMA (0,1,2) المقدر بـ Wavelet- ARIMA-1	3.26
164	نتائج اختبار Ljung- box لنموذج Wavelet- ARIMA-1	3.27
165	معايير دقة التنبؤ لنموذج Wavelet- ARIMA-1	3.28
166	نتائج اختبار جذر الوحدة ADF لسلاسل (W_1, W_2, V_2)	3.29
167	نتائج اختبار جذر الوحدة ADF للسلسلة V_2 بعد أخذ الفرق الأول.....	3.30
167	النماذج المرشحة لسلاسل (W_1, W_2, V_2)	3.31
168	تقدير معالم النماذج المرشحة لسلاسل (W_1, W_2, V_2)	3.32
170	نتائج اختبار Ljung-box للنماذج المقدره لسلاسل (W_1, W_2, V_2)	3.33
171	نتائج اختبار Ljung- box لنموذج Wavelet-ARIMA-2	3.34
172	معايير دقة التنبؤ لنموذج Wavelet- ARIMA-2	3.35
172	معايير دقة التنبؤ للمفاضلة بين Wavelet-ARIMA-1 و Wavelet- ARIMA-2	3.36
173	معايير دقة التنبؤ للمقارنة بين مرشح كالمن وطريقتي التحويل المويجي.....	3.37
174	القيم المتنبأ بها لاستهلاك المياه للفترة يناير 2017 – ديسمبر 2019 باستخدام Wavelet- ARIMA-1	3.38

فهرس الأشكال

الصفحة	العنوان	رقم الشكل
7 نموذج الدراسة	1.1
23 مركبات السلسلة الزمنية	2.1
38 أصناف نماذج فضاء الحالة	2.2
51 مراحل تطبيق نماذج بوكس-جينكنز	2.3
91 طريقة عمل خوارزمية مرشح كالمن	2.4
94 إشارة الموجة الصغيرة (الموجة)	2.5
94 إشارة الموجة الكبير	2.6
96 أشكال التغير المويجي	2.7
98 موجة Haar على قياسات مختلفة وازمنة مختلفة	2.8
100 السلسلة الزمنية ومعاملات التفصيل والتقريب لمعاملات (DWT) هار	2.9
102 مستويات تحليل السلسلة الزمنية	2.10
104 خوارزمية التحليل باستخدام Wavelet-ARIMA-1	2.11
105 خوارزمية التحليل باستخدام Wavelet-ARIMA-2	2.12
115 معدل نمو كميات المياه المستهلكة في محافظة عدن خلال الفترة 2007-2016	3.1
116 متوسط نصيب الفرد في محافظة عدن خلال الفترة 2007-2016	3.2
118 النسبة السنوية لاستهلاك المياه حسب الشرائح لأعوام مختارة	3.3
119 مخطط باريتو لأكثر الشرائح استهلاكاً للمياه لعام 2011	3.4
120 مخطط باريتو لأكثر الشرائح استهلاكاً للمياه لعام 2016	3.5
124 الرسم البياني لسلسلة الاستهلاك الشهري للمياه في محافظة عدن	3.6
125 دالتي الارتباط الذاتي (ACF) والارتباط الذاتي الجزئي (PACF)	3.7
128 الرسم البياني لسلسلة (d_water) بعد إجراء الفرق الأول	3.8
130 الارتباط الذاتي (ACF) والارتباط الذاتي الجزئي (PACF) بعد الفرق الأول	3.9

131	تأثير التغيرات الموسمية على السلسلة الزمنية (d_water).....	3.10
132	تفكيك السلسلة الزمنية (d_water) إلى مركباتها.....	3.11
136	الجذور المميزة المعكوسة لنموذج ARIMA (1,1,0).....	3.12
137	دالة الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي لبواقي نموذج ARIMA (1,1,0).....	3.13
138	مقارنة السلسلتين الأصلية والمقدرة.....	3.14
141	تفكيك السلسلة الزمنية (water) إلى مركباتها.....	3.15
142	تأثير التغيرات الموسمية على السلسلة الزمنية لاستهلاك المياه.....	3.16
144	البواقي ودالة الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي لبواقي نموذج (N,N).....	3.17
145	القيم التقديرية والقيم الفعلية لنموذج (N,N).....	3.18
147	البواقي ودالة الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي لبواقي نموذج ETS(A,N,N)....	3.19
148	القيم التقديرية والقيم الفعلية لنموذج ETS(A,N,N).....	3.20
152	التنبؤ بمتجه الحالة لنموذج ARIMA (1,1,0).....	3.21
153	تباين متجه الحالة لنموذج ARIMA (1,1,0).....	3.22
154	ربحية كالمن لنموذج ARIMA (1,1,0).....	3.23
155	متجه الحالة في معادلات تحديث القياسات لنموذج ARIMA (1,1,0).....	3.24
156	تباين متجه الحالة في معادلات تحديث القياسات لنموذج ARIMA (1,1,0).....	3.25
157	البواقي ودالة الارتباط الذاتي للبواقي لمرشح كالمن.....	3.26
158	القيم الفعلية والمقدرة لنموذج ARIMA (1,1,0) الذي تم تقديره بمرشح كالمن	3.27
160	التحويل المويجي المتقطع MODWT لسلسلة استهلاك المياه.....	3.28
161	السلسلة المعاد بناؤها ودالتي الارتباط الذاتي (ACF) والذاتي الجزئي (PACF)	3.29
162	دالة الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للسلسلة الزمنية المعاد بناؤها بعد الفرق الأول.....	3.30
164	البواقي ودالة الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي لنموذج Wavelet- ARIMA-1.	3.31
165	القيم الفعلية والقيم المقدرة لنموذج Wavelet- ARIMA-1.....	3.32
167	دالة الارتباط الذاتي (ACF) والذاتي الجزئي (PACF) للسلاسل (W_1, W_2, V_2) ..	3.33
169	دالة الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي لبواقي النماذج المقدرة لسلاسل (W_1, W_2, V_2) ..	3.34
170	البواقي ودالة الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي لنموذج Wavelet-ARIMA-2..	3.35
171	القيم الفعلية والقيم المقدرة لنموذج Wavelet-ARIMA-2.....	3.36

قائمة مصطلحات الكتاب

المصطلح باللغة الإنجليزية	المصطلح باللغة العربية	اختصاره
<i>Autocorrelation Function</i>	دالة الارتباط الذاتي	ACF
<i>Augmented Dickey-Fuller</i>	اختبار ديكي-فولر الموسع	ADF
<i>Akaike Information Criterion</i>	معيان معلومات اكاكي	AIC
<i>Autoregressive Moving Average process</i>	الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة	ARMA
<i>Autoregressive Integrated Moving Average Model order</i>	الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المتكاملة	ARIMA
<i>Autoregressive</i>	الانحدار الذاتي	AR(P)
<i>Box-Pierce</i>	اختبار Box-Pierce	B-P
<i>Bayesian Information Criterion</i>	معيان المعلومات البيزي	BIC
<i>Continous Wavelet Transform</i>	التحويل المويجي المستمر	CWT
<i>Dickey-Fuller</i>	اختبار ديكي-فولر	DF
<i>Discrete Wavelet Transform</i>	التحويل المويجي المتقطع	DWT
<i>Exponential Smoothing</i>	التمهيد الآسي	ES
<i>Exponential Smoothing in State Space Models</i>	نماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي	ETS
<i>Simple exponential smoothing with additive errors</i>	التمهيد الآسي البسيط بأخطاء مضافة	ETS(A,N,N)

<i>Holts linear method with additive errors</i>	طريقة هولت الخطية بأخطاء مضافة	ETS(A,A,N)
<i>Exponential trend method with additive errors</i>	طريقة الاتجاه الآسي بأخطاء مضافة	ETS(A,M,N)
<i>Additive damped trend method with additive errors</i>	طريقة الاتجاه المضاف المتضائل بأخطاء مضافة	ETS(A,Ad,N)
<i>Multiplicative damped trend method with additive errors</i>	طريقة الاتجاه المضاعف المتضائل بأخطاء مضافة	ETS(A,Md,N)
<i>Additive Holt- Winters method with additive errors</i>	طريقة هولت وينترز المضافة بأخطاء مضافة	ETS(A,A,A)
<i>Multiplicative Holt- Winters method with multiplicative errors</i>	طريقة هولت وينترز المضاعفة بأخطاء مضاعفة	ETS(M,A,M)
<i>Holt-Winters damped method with multiplicative errors</i>	طريقة هولت وينترز المتضائلة بأخطاء مضاعفة	ETS(M,Ad,M)
<i>Hylleberg-Engle-Granger-Yoo</i>	اختبار جذر الوحدة الموسمي	HEGY
<i>Inverse MODWT</i>	معكوس التحويل المويجي	IMODWT
<i>Kalman filter</i>	مرشح كالمن	<i>Kalman Filter</i>
<i>Ljung-Box</i>	اختبار <i>Ljung-Box</i>	L-B
<i>Mean Absolute Error</i>	متوسط الخطأ المطلق	MAE
<i>Mean Absolute Percentage Error</i>	متوسط الأخطاء النسبية المطلقة	MAPE
<i>Moving Average</i>	المتوسطات المتحركة	$MA(q)$
<i>Mean Percentage Error</i>	متوسط الأخطاء النسبية	MPE
<i>Mean Squared Error</i>	متوسط مربعات الخطأ	MSE

<i>Mean Forecast Error</i>	متوسط خطأ التنبؤ	MFE
<i>Maximal overlap discrete wavelet transform</i>	التحويل المويجي المنقطع ذات الفاضي العال	MODWT
<i>Partial Autocorrelation Function</i>	دالة الارتباط الذاتي الجزئي	PACF
<i>Phillips and Perron</i>	اختبار فليبس بيرون	PP
<i>Root Mean Squares Error</i>	جذر متوسط مربعات الخطأ	RMSE
<i>Residual Autocorrelation Function</i>	دالة الارتباط الذاتي للبقايا	RACF

قائمة الرموز المستخدمة في الكتاب

الرمز	التعريف
Y_t	متجه المشاهدات من الدرجة $n \times 1$
X_t	متجه الحالة للفترة الزمنية (t) من الدرجة $n \times 1$
X_{t+1}	متجه الحالة للفترة الزمنية $(t+1)$ من الدرجة $n \times 1$
e_t	الخطأ العشوائي لمعادلة المشاهدة من الدرجة $n \times 1$
η_t	الخطأ العشوائي لمعادلة الحالة من الدرجة $n \times 1$
R	مصفوفة المدخلات أبعادها $(m \times r)$
T	مصفوفات انتقالية أبعادها $(m \times m)$
Z	مصفوفات المخرجات أبعادها $(n \times m)$
$\hat{X}_{t t}$	متجه متوسط الحالة في اللحظة t
$P_{t t}$	تباين متجه متوسط الحالة في اللحظة t
K_t	ربحية كالمن
$\hat{X}_{t+1 t}$	متجه الحالة في اللحظة $(t+1)$ اعتماداً على اللحظة السابقة (t)
$P_{t+1 t}$	مصفوفة التباين المقابلة لمتجه الحالة $\hat{X}_{t+1 t}$
$\hat{X}_{t+1 t+1}$	متجه الحالة في اللحظة $(t+1)$
$P_{t+1 t+1}$	مصفوفة التباين المقابلة لمتجه الحالة $\hat{X}_{t+1 t+1}$
Q_t	مصفوفة التباين للخطأ العشوائي
H_t	مصفوفة التباين لخطأ المشاهدات
α	ثابت التمهيد للمستوى
β^*	ثابت التمهيد للاتجاه العام
γ	معامل التمهيد الموسمي
φ	معامل التضاؤل
ℓ_t	معامل تمهيد المستوى للسلسلة الزمنية
b_t	معامل تمهيد الاتجاه العام للسلسلة الزمنية

المكون الموسمي للسلسلة الزمنية	S_t
معامل الارتباط الذاتي	ρ_k
معامل الجذور الموسمية	π_i
معامل الارتباط الذاتي الجزئي	ϕ_{kk}
الموجة الأم في موجة Haar	$\psi_{a,b}(t)$
دالة القياس أو الموجة الأب	$\varphi(t)$
عدد مستويات التحلل	L
سلسلة التفاصيل	W_p
سلسلة التمهيد	V_p
حد الخطاء العشوائي	e_t
معلمة نموذج $AR(P)$	ϕ_p
معلمة النموذج $MA(q)$	θ_q
إحصائية $Box-Pierce$	Q
إحصائية $Ljung-Box$	Q^*
الاتجاه العام	T
التغيرات الموسمية	S
التغيرات الدورية	C
التغيرات العشوائية	I

ملخص الدراسة

يُعد التنبؤ باستهلاك المياه من المسائل المهمة والحيوية والأكثر تحدياً والتي يجب الاهتمام بها؛ بسبب تأثيرها المباشر في حياة الإنسان؛ لذا يجب اختيار الأساليب الإحصائية المناسبة التي تساعد على إجراء التنبؤات بشكل دقيق، ومن أهم هذه الأساليب نماذج بوكس-جينكنز والتمهيد الآسي، وفي الآونة الأخيرة أصبحت نماذج فضاء الحالة منهجاً شائعاً في تحليل السلاسل الزمنية؛ وذلك لمرونتها وملاءمتها لنماذج السلاسل الزمنية المختلفة والاستفادة من مرشح كالمن في تقديرها؛ حيث يحوى المرشح على معادلات تعاقبية تستخدم في التنبؤ والتحديث وتعطي حلاً آمناً وتحسن القدرة التنبؤية للنماذج، وتتطور أساليب المعالجات الإحصائية ظهرت في منتصف الثمانينيات من القرن المنصرم فكرة التحويلات المويجية (*Wavelet Transformation*)، ولكنها لم تستخدم في السلاسل الزمنية إلا في بداية التسعينيات، حيث تُعد مكملاً لتقنيات التحليل الموجودة، فعند استخدام مزيج من التحويلات المويجية ونماذج *ARIMA* فإن ذلك يحسن القدرة التنبؤية للنماذج بشكل كبير.

ومن هنا جاءت فكرة اعتماد هدف هذا الكتاب في استخدام منهجية فضاء الحالة لتمثيل نماذج بوكس-جينكنز والتمهيد الآسي، وتطبيق مرشح كالمن على النموذج الأفضل، وكذلك استخدام التحويل المويجي مع نماذج *ARIMA*، ومقارنة النتائج مع مرشح كالمن للوصول إلى نموذج إحصائي يمكن الاعتماد عليه في التنبؤ، والمقارنة بين الأساليب المختلفة باستخدام معايير دقة التنبؤ *MAE, MSE, MAPE, MFE*، وذلك بالتطبيق على الاستهلاك الشهري لكمية المياه في محافظة عدن خلال الفترة (يناير 2007 إلى ديسمبر 2016).

وتوصل الكتاب إلى أنه ليس هناك فرق بين نموذج *ARIMA(1,1,0)* وبين تمثيل فضاء الحالة لنموذج *ARIMA(1,1,0)*، وأن طريقة فضاء الحالة للتمهيد الآسي البسيط *ETS(A,N,N)* كانت أكثر دقة من طريقة التمهيد الآسي البسيط النظامية *ES(N,N)*، ومن خلال المقارنة بين نموذج *ARIMA(1,1,0)* الذي تم تمثيلة بواسطة فضاء الحالة، وطريقة فضاء الحالة للتمهيد الآسي البسيط *ETS(A,N,N)* تبين أن نموذج فضاء الحالة لـ *ARIMA(1,1,0)* حقق دقة تنبؤية أعلى من نموذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي البسيط *ETS(A,N,N)*، ولذا فقد تم تطبيق مرشح كالمن على نموذج *ARIMA(1,1,0)* باعتباره أفضل نموذج، ومن خلال استخدام التحويل المويجي المتقطع ذات الفئات العالي *MODWT* على بيانات استهلاك المياه الشهرية، وتحديد مستوى التحلل إلى مستويين، ثم استخدام طريقتين مختلفتين من الطرق الهجينة *Wavelet-ARIMA*، وكلاهما تعتمدان على معكوس التحويل المويجي المتقطع *IMODWT*، تم التوصل إلى أن استخدام التحويل

المويجي مع نماذج *ARIMA* يؤدي إلى تحسن كبير في القدرة التنبؤية مقارنة مع نماذج *ARIMA* النظامية، وعند المقارنة بين طريقتي التحويل المويجي *Wavelet-ARIMA*، وجد أن طريقة *Wavelet-ARIMA-1* حققت دقة تنبؤية أعلى من طريقة *Wavelet-ARIMA-2* وفقاً لمعايير دقة التنبؤ، وعند المقارنة بين نموذج *ARIMA(1,1,0)* الذي تم تطبيق مرشح كالمن عليه والطريقتين المختلطة *Wavelet-ARIMA-1* و *Wavelet-ARIMA-2* تبين أن النموذج المقدر باستخدام طريقة *Wavelet-ARIMA-1* كان أكثر دقة وكفاءة من النموذج المقدر باستخدام طريقة *ARIMA(1,1,0)* مع مرشح كالمن وفقاً لمعايير دقة التنبؤ، وبالتالي فإن النموذج المقدر باستخدام طريقة *Wavelet-ARIMA-1* هو أفضل نموذج في الدراسة، ولذا تم استخدامه في التنبؤ باستهلاك المياه في محافظة عدن.

وأوصى الكتاب الجهات المعنية ذات العلاقة بالأخذ بالنتائج التي تم التوصل إليها واعتماد النموذج المقدر باستخدام طريقة *Wavelet-ARIMA-1* في التنبؤ لما يمتاز به من دقة ومرونة، وكذا استخدام مرشح كالمن والطرق الهجينة التي تستند إلى التحويل المويجي في التنبؤ بالسلاسل الزمنية لما لها من أثر واضح في تحسين التنبؤات وتقليل الأخطاء.

Abstract

Prediction of water consumption is one of the most important, vital and challenging topics that must be interest because of its direct impact on human life, In order to Procedure this prediction, Therefore, the appropriate statistical methods that help to make predictions should be chosen accurately, the most important of which are the Box – Jenkins models and Exponential Smoothing, Recently the State- Space models Is a common approach in time series analysis for its flexibility and relevance to different time series models, Which is estimated by a Kalman filter, Where it contains sequential equations used for predicting and updating, to reach the optimal estimate, and improvement predictive capacity of models, In the mid-eighties, and with developments to statistical methods processing emerged idea Wavelet Transformation, but it wasn't used in time series till the beginning the nineties, They are a complement to existing analysis techniques, and When using wavelets and ARIMA models, that leads to improves predictive capacity of models considerably.

and from here the book objective adoption idea came to use State-Space Models to Representation for Box – Jenkins models and Exponential Smoothing, and apply kalman filter to best model, and as well as using Wavelet Transformation with ARIMA model, and comparing results with a Kalman filter, to arrive at a statistical model to reliable in predict, to use Measuring Forecast Accuracy MAE, MSE, MAPE, MFE, By applying the monthly data on water consumption in the governorate of Aden during the period (January 2007 to December 2016).

The book found is no difference between the representation the model in state space form ARIMA (1.1.0) and ARIMA (1.1.0), and the Simple Exponential Smoothing State Space Models ETS(A,N,N) is more accurate

from the Simple Exponential Smoothing $ES(N,N)$, and we found the state space ARIMA (1,1,0) the highest accuracy of predictive from Exponential Smoothing $ETS(A,N,N)$, so may was applied kalman filter on this model, Through the use Discrete Wavelet Transformation MODWT on data on water consumption, have been identified Two levels Decomposed, Then use two different hybrid Wavelet-ARIMA model, Both are dependents on the inverse MODWT, The found use Wavelet-ARIMA model Leads to significant improvement in the capacity predictive compared to ARIMA Regular. When comparing the two Wavelet-ARIMA, were found to Wavelet-ARIMA-1 is the better than Wavelet-ARIMA-2, When the comparing Wavelet-ARIMA-1 and ARIMA(1,1,0) kalman filter, show that Wavelet-ARIMA-1 is more accurate and efficiency from ARIMA-kalman in accordance with the criteria used in predict water consumption in the governorate of Aden..

The book recommended for stakeholders that are relevant take adoption Wavelet-ARIMA-1 to predictive, for its unique accurate and efficiency, and recommended to using kalman filter and Wavelet Transformation to predictive for time series, because of its improved predictive effect and greatly reduce errors.

الفصل الأول

الإطار العام للكتاب

1.1 المقدمة: Introduction

إن إحدى المهام الأساسية للعلوم الإحصائية هي قراءة المستقبل، وهي من الأمور بالغة الأهمية في مختلف ميادين الحياة، والزمن هو المؤشر الواضح إلى الحياة، به تقسم الحياة إلى ثلاث مراحل: الماضي *Past*، والحاضر *Present*، والمستقبل *Future*، وقد أولى موضوع تحليل السلاسل الزمنية أهمية كبيرة لكل مرحلة من المراحل السابقة حتى أصبح هناك علمٌ خاص لدراسة كل مرحلة منها، فهناك موضوع التمهيد *Smoothing* مع الماضي، والترشيح *Filtering* مع الحاضر، والتنبؤ *Forecasting* مع المستقبل.

ومنذ مطلع العقد السابع من القرن العشرين برز موضوع تحليل السلاسل الزمنية التي تهتم بدراسة الظواهر التي تتغير بتغير الزمن كأحد المواضيع الحيوية في شتى المجالات، وأتسع تطبيقها بشكل كبير؛ فلا نجد مجالاً علمياً أو تقنياً يخلو منها، حيث شهدت أساليب التنبؤ بالسلاسل الزمنية تطوراً هائلاً أدى إلى ظهور العديد من الأساليب التي تستخدم في عمليات التنبؤ، إلا أن استخدام هذه الأساليب يتطلب تحقق شروط مدى ملاءمة هذه الطريقة أو غيرها لعملية التنبؤ، وجميعها تسعى إلى تحقيق أفضل تنبؤ للظاهرة المدروسة، وتحقيق أقل قيمة للخطأ.

ومن هذه الأساليب نماذج بوكس-جينكنز *Box-Jenkins* التي تُعد من أوسع طرائق التحليل استخداماً، وطرائق التمهيد الآسي *Exponential Smoothing* التي تتسم بالسهولة، والبساطة، وتخلو من بعض الشروط التي تتطلبها طريقة بوكس-جينكنز.

ومع أن منهجية بوكس-جينكنز كانت سائدة ومسيطر عليها على الأدبيات الإحصائية في سبعينيات القرن الماضي، إلا أن منهجية فضاء الحالة كانت سائدة حينها، حيث بدأ تطبيقها مع مرشح *kalman* في عام 1960م في مجال الهندسة، واستخدمت لأول مرة في الإحصاء وخاصة في نماذج *ARMA* من قبل *(Akaike)* في عام 1974م، وبعد ذلك شهد تحليل السلاسل الزمنية باستخدام هذه المنهجية تطوراً ملحوظاً؛ وهذا يعود لمرونتها، وملاءمتها لنماذج السلاسل الزمنية المختلفة واعتمادها على الأسلوب التكراري لمرشح كالمن *Kalman* الذي يتميز بمعادلات تعاقبية تستخدم في التنبؤ والتحديث وتعطي حلاً أمثلاً يؤدي إلى تحسين القدرة التنبؤية للنماذج.

في السنوات الأخيرة ظهر اهتماماً كبيراً بالتحويلات المويجية *Wavelet Transformation* بوصفها طريقة حديثة في الترشيح، إذ تزداد أهميتها يوماً بعد يوم من خلال زيادة عدد التطبيقات والحقول الجديدة التي تدخلها، والتي استخدمت في مجال السلاسل الزمنية في السنوات الأخيرة بشكل واسع؛ إذ أثبتت الدراسات أنها تؤدي إلى تحسين دقة التنبؤات بشكل ملحوظ، بدلاً من استخدام البيانات الخام بدون معالجة، وليس مبالغاً القول بأن التحويلات المويجية أحدثت ثورة حقيقة في تحليل الإشارات؛ لأنها تجاوزت العديد من المشاكل التي تصادف الباحثين ووفرت حلاً عملياً لها

ويعد التنبؤ باستهلاك المياه من المسائل المهمة والحيوية؛ لتأثيره في العديد من القرارات المهمة بل والاستراتيجية في الوقت نفسه، إلا أن هذا الموضوع لم يحظ بالقدر الكافي من الاهتمام من جانب الباحثين أو الدولة.

وبناءً على ما تقدم ولتحقيق أهداف هذا الكتاب فقد تم تقسيمه إلى أربعة فصول:

الفصل الأول: ويتناول الإطار العام للكتاب، ويحوي مقدمة عامة، والإطار المنهجي بما فيه من المشكلة، وأهدافها، وأهميتها، وفرضياتها، وحدودها، ومصادر البيانات المستخدمة، والنموذج المستخدم، ثم يقدم استعراضاً مرجعياً لأهم الأبحاث ذات الصلة بالموضوع، والمقارنة بينها.

الفصل الثاني: يتناول الإطار النظري للأساليب الإحصائية المستخدمة في الكتاب؛ حيث يضم بعض المفاهيم المهمة في تحليل السلسلة الزمنية، ثم يتناول الأساليب الإحصائية المستخدمة في الدراسة؛ حيث تم أولاً التعريف بنماذج فضاء الحالة (*State Space Models*)، والمتطلبات الأساسية لنموذج فضاء الحالة، وأنواعها، ونموذج فضاء الحالة الخطي، والتطرق إلى نماذج بوكس-جينكنز (*Box-Jenkins*) المختلفة (*AR, MA, ARMA, ARIMA*)، وتمثيلها باستخدام منهجية فضاء الحالة، وكذلك التطرق إلى طرائق التمهيد الآسي (*Exponential Smoothing*)، وأنواعها، ثم التطرق إلى نماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي (*ETS*)، وتناول الفصل أيضاً استخدام مرشح كالمن (*Kalman Filter*) في تقدير متجه وتباين الحالة، ثم التطرق إلى أسلوب التحويل المويجي في السلاسل الزمنية من حيث تاريخ المويجات، والتعريف بالمويجات، وأنواعها، وطرق التحويل المويجي، واستخدام التحويل المويجي في تحليل السلاسل الزمنية، وأخيراً التطرق إلى المعايير المستخدمة في المفاضلة بين النماذج المختلفة.

الفصل الثالث خصص للجانب التطبيقي؛ إذ تم أولاً التعرف على واقع استهلاك المياه في محافظة عدن مع إجراء تحليل وصفي لبعض المؤشرات، ثم تحليل البيانات الشهرية لاستهلاك المياه في محافظة عدن للفترة من يناير 2007م - ديسمبر 2016م باستخدام نماذج بوكس-جينكنز والتمهيد الآسي، وتمثيلها باستخدام منهجية فضاء الحالة، واختيار أفضل نموذج بناءً على المعايير المستخدمة في المقارنة، وتطبيق مرشح كالمن على النموذج الأفضل منها، ثم استخدام طريقتين في التحويل المويجي *Wavelet-ARIMA-1* و *Wavelet-ARIMA-2*، ثم المقارنة بين مرشح كالمن والتحويل المويجي لاختيار أفضل نموذج يمكن استخدامه في التنبؤ.

الفصل الرابع خصص لعرض الاستنتاجات والتوصيات التي توصل إليها الكتاب.

1.2 الإطار المنهجي: *methodological frameworks*

1.2.1 مشكلة الدراسة: *Problem of The Study*

يُعد التنبؤ باستهلاك المياه في محافظة عدن من المسائل المهمة والحيوية؛ بسبب ندرة المياه وانخفاض مصادر إنتاجها وزيادة الطلب بشكل مستمر خاصةً مع زيادة عدد السكان، دون أن يقابل ذلك زيادة في المعروض من المياه.

وتتأثر عملية التنبؤ في السلاسل الزمنية بشكل أساسي ومباشر باختيار النموذج المناسب لبيانات السلسلة الزمنية مما يعني أن هذه الخطوة يترتب عليها دقة التنبؤات التي سيتم الحصول عليها، ولكي نحصل على نماذج تنبؤ لبيانات السلاسل الزمنية ذات دقة وكفاءة عالية لها القدرة على تصوير الواقع ويمكن الاعتماد عليها واستخدامها في التنبؤات المستقبلية؛ يجب أن تأخذ هذه النماذج في الحسبان كل الاعتبارات والمركبات التي تعاني منها السلسلة الزمنية.

وفي هذا الإطار يتم اللجوء غالباً إلى نماذج بوكس-جينكنز أو التمهيد الآسي، ومع تطور الحاسبات الآلية شهد تحليل السلاسل الزمنية تطوراً سريعاً ساهم في ظهور طرق وأساليب جديدة ذات كفاءة تنبؤية عالية، مثل مرشح كالمن والتحويل المويجي، حيث تعتمد بشكل رئيسي على عملية الترشيح للبيانات، وتؤدي إلى التنبؤ بنماذج تجعل التشويش أو الضوضاء الذي تتعرض له السلسلة الزمنية أقل ما يمكن، وهذا ما أوجب على الباحثين المفاضلة بين هذه الطرق واختيار الأنسب منها.

وعلى هذا الأساس فإن مشكلة الكتاب تتلخص في الإجابة على التساؤل الآتي: "ما هو أفضل نموذج للتنبؤ باستهلاك المياه في محافظة عدن؟" ويندرج تحته مجموعة التساؤلات الفرعية التالية:

1. ما هو النموذج الأفضل في التنبؤ بين نماذج بوكس-جينكنز ونماذج التمهيد الآسي؟
2. هل تُعد نماذج بوكس-جينكنز أكثر كفاءة من نماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي في التنبؤ باستهلاك المياه أم العكس؟
3. هل تُعد نماذج بوكس-جينكنز الممثلة بفضاء الحالة هي البديل الأكفأ لنماذج بوكس-جينكنز النظامية؟
4. هل نماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي هي البديل الأكفأ لنماذج التمهيد الآسي النظامية؟
5. هل يختلف التنبؤ عند استخدام التحويل المويجي بالطريقة الأولى *Wavelet-ARIMA-1* والطريقة الثانية *Wavelet-ARIMA-2*؟
6. هل نماذج بوكس-جينكنز النظامية أكثر كفاءة من نماذج *Wavelet-ARIMA*، أم العكس؟
7. أيهما أكثر كفاءة في التنبؤ باستهلاك المياه مرشح كالمن أم التحويل المويجي مع نماذج *ARIMA*؟

1.2.2 أهمية الدراسة: Importance of the Study

تأتي أهمية هذه الدراسة باعتبارها من البحوث القلائل -حسب علم الباحث- التي استخدمت مرشح كالمن والتحويل المويجي في الجمهورية اليمنية، ويمكن إبراز أهمية هذه الدراسة في جانبين: **الأول** يتمثل في اختيار النموذج المناسب في التنبؤ باستخدام منهجية فضاء الحالة لنماذج بوكس-جينكنز والتمهيد الآسي، وتطبيق مرشح كالمن على النموذج الأفضل، ومقارنة النتائج مع الطرق الهجينة التي تستخدم التحويل المويجي مع نماذج ARIMA للحصول على أفضل تنبؤ ممكن يتمتع بصغر متوسط مربع الخطاء، **والجانب الآخر** لأهمية الدراسة يتمثل في الجانب التطبيقي للدراسة حيث تتناول استهلاك المياه في محافظة عدن، والتنبؤ للأعوام 2017-2019م.

1.2.3 أهداف الدراسة: Objectives of the Study

- تهدف الدراسة إلى استخدام منهجية فضاء الحالة ومرشح كالمن والتحويل المويجي لإيجاد أفضل نموذج للتنبؤ باستهلاك المياه، وبشكل مفصل فإن أهداف الدراسة تتجلى في النقاط الآتية:
1. دراسة ومناقشة الأهمية النظرية والتطبيقية لمنهجية فضاء الحالة، ومرشح كالمن، والتحويل المويجي التي تعتبر من الأساليب الحديثة.
 2. المقارنة بين نماذج بوكس-جينكنز والتمهيد الآسي لتحديد أفضل نموذج.
 3. استخدام منهجية فضاء الحالة في صياغة نماذج بوكس-جينكنز والتمهيد الآسي وتحديد أفضل نموذج للتنبؤ.
 4. تطبيق مرشح كالمن على أفضل نموذج يتم التوصل إليه من نماذج بوكس-جينكنز والتمهيد الآسي التي تم تمثيلها بواسطة منهجية فضاء الحالة.
 5. استخدام التحويل المويجي مع نماذج ARIMA باستخدام طريقتين مختلفتين والمتماثلة بـ *Wavelet-ARIMA-1* و *Wavelet-ARIMA-2* ومقارنتها مع نماذج بوكس-جينكنز النظامية.
 6. المفاضلة بين مرشح كالمن والطرق الهجينة في التحويل المويجي *Wavelet-ARIMA*.
 7. إعداد نموذج إحصائي يمكن الاعتماد عليه في التنبؤ باستهلاك المياه في محافظة عدن.

1.2.4 فرضيات الدراسة: Hypotheses of the Study

تقوم هذه الدراسة على الفرضيات الآتية:

- 1- لا يوجد فرق في التنبؤ باستهلاك المياه بين نماذج بوكس-جينكنز والتمهيد الآسي من حيث كفاءة ودقة النموذج.
- 2- لا توجد فروق في كفاءة ودقة التنبؤ عند استخدام طرائق التمهيد الآسي النظامية ونماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي في التنبؤ باستهلاك المياه.

3- لا توجد فروق عند استخدام نماذج بوكس-جينكنز الممثلة بفضاء الحالة ونماذج بوكس-جينكنز النظامية

4- لا يوجد اختلاف في كفاءة ودقة التنبؤ عند استخدام طريقة *Wavelet-ARIMA-1* مقارنة بطريقة *Wavelet-ARIMA-2*.

5- لا يوجد اختلاف في كفاءة ودقة التنبؤ عند استخدام الطرق الهجينة *Wavelet-ARIMA-1* و *Wavelet-ARIMA-2* ونماذج بوكس-جينكنز النظامية.

6- لا يوجد اختلاف في كفاءة التنبؤ عند استخدام مرشح كالمن مقارنة بالطرق الهجينة للتحويل المويجي.

1.2.5 حدود الدراسة: *Limitations of the Study*

نظراً لأن بيانات الدراسة عبارة عن سلسلة زمنية فقد تم تحديد حدود الدراسة لتشمل الفترة من يناير 2007 إلى ديسمبر 2016، وهي عبارة عن بيانات الاستهلاك الشهري للمياه في محافظة عدن.

1.2.6 منهج الدراسة: *Methodology of The Study*

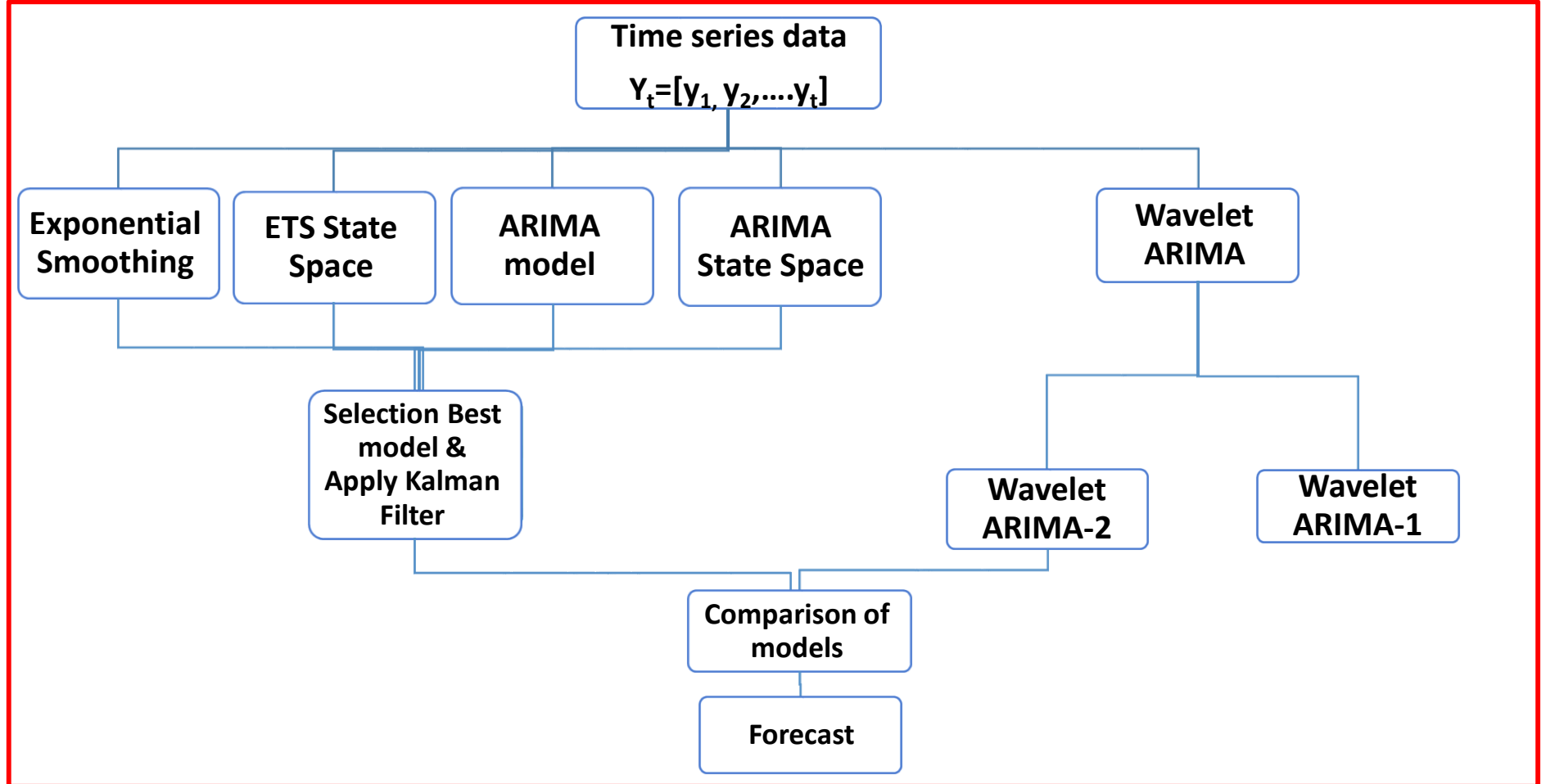
اعتمدت هذه الدراسة على عدد من المناهج المستخدمة في مثل هذه الدراسات، حيث أُستخدم المنهج الوصفي لوصف بيانات السلسلة الزمنية لاستهلاك المياه في محافظة عدن من خلال عرض مؤشرات بطرق إحصائية مثل الجداول، والأشكال البيانية، وبعض المقاييس الإحصائية الوصفية، كما أُستخدم المنهج التحليلي من خلال تطبيق الأساليب التحليلية الإحصائية المتعلقة ببناء نماذج السلاسل الزمنية وطرق تقدير معالم النماذج المختلفة، ودقتها، ومعايير المفاضلة بين النماذج، ومن ثم تفسير النتائج التي تم التوصل إليها، وكذا تم استخدام منهج دراسة الحالة من خلال التطبيق على بيانات واقعية عن استهلاك المياه في محافظة عدن للوصول إلى نموذج رياضي للتنبؤ باستهلاك المياه لفترات لاحقة.

واعتمدت الدراسة على عدد من الحزم الإحصائية المتخصصة في التقدير والتنبؤ لنماذج بوكس-جينكنز والتمهيد الآسي ومرشح كالمن والتحويل المويجي، واختبارات المفاضلة بين النماذج وهي برنامج (*R-Studio*) وبرنامج (*Minitab*)

1.2.7 متغير ونموذج الدراسة: *Variable and Model of the Study*

من أجل التحديد الدقيق لنموذج الدراسة، ووفقاً للمشكلة والأهداف، فإن متغير الدراسة يتمثل بكمية الاستهلاك الشهري للمياه في محافظة عدن خلال الفترة (يناير 2007-ديسمبر 2016)، والشكل (1.1) يوضح نموذج الدراسة.

شكل (1.1) نموذج الدراسة



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على منهجية الدراسة

1.3 الدراسات السابقة Literature Review

أُتيح للباحث الاطلاع على بعض الدراسات المتنوعة التي تناولت استخدام منهجية فضاء الحالة في تمثيل نماذج بوكس-جينكنز والتمهيد الآسي واستخدام مرشح كالمن في التقدير، وكذلك بعض الدراسات التي تناولت التحويل المويجي في السلاسل الزمنية، وفيما يلي خلاصة موجزة لما كتب حول هذا الموضوع:

1.3.1 الدراسات العربية:

1- دراسة (نقار والعواد، 2013)

الموسومة بـ "استخدام نموذج فضاء الحالة *State Space* في التنبؤ بإنتاج القمح في سوريا" حيث قام الباحثان بوضع نموذج قياسي للتنبؤ بحجم إنتاج القمح في سوريا مبني على أساس نموذج فضاء الحالة *State Space*، وخلصت الدراسة إلى وضع نموذج قياسي مبني على نموذج فضاء الحالة والتنبؤ بحجم إنتاج القمح في الجمهورية العربية السورية حتى عام 2016م كما تبين من مقارنة نموذج فضاء الحالة بالنماذج المستخدمة في تحليل السلاسل الزمنية أفضلية نموذج فضاء الحالة عليها لنمذجة إنتاج القمح في سورية.

2- دراسة (الزبيدي، 2009)

الموسومة بـ "استخدام مرشح الموجة الصغيرة المتقطعة في تحليل السلسلة الزمنية $AR(1)$ ومقارنته مع مرشحات أخرى"، هدفت إلى استخدام مرشح الموجة الصغيرة في تحليل السلسلة الزمنية $AR(1)$ ومقارنتها مع بعض المرشحات الأخرى مثل مرشحي وينر وكالمن، وبالاعتماد على التحويل المتقطع للموجة الصغيرة، وعلى التقليل غير الخطي البسيط لها من خلال عدة أنواع من قطع العتبة، والمقارنة بين الطريقة المقترحة ذات الأسلوبين (التي تستخدم الموجات الصغيرة كمدخلات للشبكات العصبية الاصطناعية) مع مرشح الطريقة الاعتيادية-الشبكات العصبية، بالاعتماد على معايير MSE ، FPE ، $MAPE$ ، وتوصلت الدراسة إلى أن مرشحات الموجة الصغيرة أفضل من مرشحي وينر وكالمن في تقدير نموذج $AR(1)$ لمشاهدات السلسلة الزمنية وأن مرشح الموجة الصغيرة Haar هو الأفضل في تقدير نموذج $AR(1)$ لمشاهدات السلسلة الزمنية بالاعتماد على المعيارين MSE و MAP ، بينما كان مرشح الموجة الصغيرة $(db2)$ مع قطع العتبة الناعمة هو الأفضل بالاعتماد على المعيار FPE ، كما تفوق مرشح كالمن على مرشح وينر في كل هذه المعايير، وعند استخدام البيانات الحقيقية في تقدير نموذج $AR(1)$ لمشاهدات السلسلة الزمنية للبقع الشمسية كانت الطريقة المقترحة-الأسلوب الثاني هي الأفضل بالاعتماد على المعيارين MSE و FPE مقارنةً مع بقية المرشحات الأخرى المستخدمة في هذه

الدراسة، في حين كانت الأفضلية لمرشح الموجة الصغيرة Haar المباشرة بالاعتماد على المعيار MAPE

3- دراسة: (كرات، 2009)

الموسومة بـ "التحليل البايزي لنماذج فراغ الحالة" حيث تناولت هذه الدراسة تقدير نماذج فضاء الحالة وتطبيق مرشح كالمن على نماذج السلاسل الزمنية، ثم استخدام أساليب بديلة لتحليل بيانات السلاسل الزمنية في إطار التحليل البايزي، وهي: معاينة جيبس (*Gibbs Sampling*) واستخدام محاكاة لطريقتي التكامل العددي وأسلوب مونت-كارلو على بيانات معيارية مولدة تمهيداً لتطبيق الطريقة الأفضل – باستخدام معيار الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الأخطاء – وتم تطبيق الطرق المختلفة على نموذج الانحدار الذاتي $AR(1)$ لبيانات أعداد السائحين الربع سنوية في مصر لتحسين القدرة التنبؤية للنموذج، وتوصلت الدراسة إلى أهمية استخدام نماذج فراغ الحالة في تحليل بيانات السلاسل الزمنية؛ إذ يؤدي استخدامها إلى تحسين القدرة التنبؤية للنماذج، والوصول إلى تقديرات ذات درجة عالية من الدقة والكفاءة، كما يعتبر مرشح كالمن، وطريقة معاينة جيبس، وأسلوب مونت-كارلو من طرق التقدير الجيدة؛ إذ ترتفع الكفاءة النسبية لكل منهم مقارنة بأسلوب بوكس-جينكنز.

4- دراسة (الحنوي وعبد المجيد، 2009)

الموسومة بـ "مقارنة التنبؤ باستخدام النماذج الديناميكية ونماذج فضاء الحالة مع التطبيق" حيث هدفت الدراسة إلى تقدير عدة نماذج للنظم الديناميكية الحركية الخطية بمعلمات مختلفة بنوعيتها: نماذج خطأ المعادلة وتضم ARX و $ARMAX$ ، ونماذج خطأ المخرجات وتضم OE و BJ ، وتم اختيار النموذج الذي أعطى أقل قيمة للمعايير الإحصائية وهو $ARX(3,1,7)$ ونموذج فضاء الحالة بـ (4) معلمات $SS(4)$ وتم التنبؤ باستخدام هذين النموذجين، ومقارنة التنبؤ لكليهما، وتبين أن نموذج $ARX(3,1,7)$ يعطي قيمة تنبؤيه أفضل من نموذج فضاء الحالة.

5- دراسة: (البياع، 2008)

الموسومة بـ "استخدام أساليب التمهيد المويجية في تشخيص بعض نماذج السلاسل الزمنية اللاخطية باستخدام المحاكاة" حيث تناولت هذه الدراسة توظيف أساليب التمهيد المويجية في تشخيص نماذج السلاسل الزمنية اللاخطية بالاعتماد على طريقة لاعلمية، وتفسير نموذج الظاهرة قيد الدراسة من خلال تجزئة السلسلة الزمنية، وكذا عرض نموذج سلسلة زمنية لاخطية مقترح من قبل الباحث يقوم على إيجاد عتبة عمودية، ومن ثم المزوجة بين النموذج المقترح ونماذج السلاسل الزمنية الثنائية الخطية القطرية الصافية ($DPBL$)، واستخدام المحاكاة للتحقق من كفاءة استخدام

المرشحات الموجية في تشخيص بعض نماذج السلاسل الزمنية اللاخطية والنموذج المقترح من قبل الباحث، وتوصلت الدراسة إلى أن التحويلات الموجية تُعد أداة فعالة جداً في تشخيص نماذج السلاسل الزمنية اللاخطية وأن المرشح الموجي دقيق بشكل كبير في تشخيص النماذج وبحسب الصنف الفعلي الذي تنتمي إليه، وكلما ازداد حجم العينة قلت قيمة متوسطات مربعات الخطأ.

6- دراسة (لوسي، 2008)

الموسومة بـ "تمثيل فضاء الحالة لنماذج السلاسل الزمنية التركيبية ونماذج بوكس-جينكنز مع تطبيق في سوق العراق للأوراق المالية" حيث هدفت هذه الدراسة إلى استخدام نماذج فضاء الحالة في التنبؤ بسلسلة أعداد الأسهم المتداولة اليومية لقطاع المصارف في سوق العراق للأوراق المالية، حيث تم نمذجة كل مركبة من مركبات السلسلة الزمنية التركيبية (الاتجاه، الموسمية، الدورية) وتمثيلها في نموذج واحد وهو نموذج فضاء الحالة، وتم بناء نموذج بوكس-جينكنز للسلسلة المدروسة، وتوصلت الدراسة عند تمثيل نماذج السلاسل الزمنية التركيبية أن نموذج المستوى المحلي هو نموذج ملائم لوصف بيانات سلسلة أعداد الأسهم المتداولة اليومية لقطاع المصارف، وعند استخدام نماذج ARMA، تبين أن أفضل نموذج هو $ARMA(1,1)$ وتم تمثيله بواسطة فضاء الحالة، وعند تقدير متجه الحالة للنموذجين بالاعتماد على الأسلوب التكراري لمرشح كالمن، وجد أن النموذج $ARMA(1,1)$ والذي تم تمثيله بواسطة فضاء الحالة وتطبيق مرشح كالمن عليه هو أفضل نموذج لوصف بيانات السلسلة، وذلك من خلال ملاحظة نتائج مرشح كالمن وإعطائه قيمياً تنبؤياً أقرب إلى الواقع، في حين أعطى نموذج المستوى المحلي قيمياً تنبؤياً ثابتة.

7- دراسة (الدليمي، 2005)

الموسومة بـ "تمثيل نموذج ARMA باستخدام فضاء الحالة" حيث هدفت هذه الدراسة إلى تمثيل نظام فضاء الحالة باستخدام نموذج ARMA، وتم استخدام بيانات من مركز الطب الذري/مستشفى حازم الحافظ في الموصل، والتي تمثل أعداد المصابين بسرطان الرئة مسجلة على مستوى الأشهر للفترة الزمنية (1990-2000م)، وتم استخدام التحويل اللوغاريتمي وأخذ الفرق الأول لتحويل السلسلة إلى سلسلة مستقرة بالتباين والوسط الحسابي، ومن خلال حساب دالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) وملاحظة سلوك انتشار هذه الدالة تبين أنها من الدرجة الثانية $ARIMA(2,1,0)$ ، ثم تقدير معالم النموذج باستخدام منظومة المصفوفات لنموذج فضاء الحالة وإعادة صياغة تمثيل فضاء الحالة في صورة نموذج ARMA، وخلصت الدراسة إلى أنه ليس هناك فرق بين تمثيل فضاء الحالة وتمثيل نماذج ARIMA.

1.3.2 الدراسات الأجنبية:

1- دراسة: (Valvi & Shah, 2018)

الموسومة بـ " *Forecasting Of Time Series Data Using Hybrid ARIMA Model With The Wavelet Transform* " التنبؤ ببيانات السلاسل الزمنية باستخدام نموذج ARIMA الهجين مع التحويل المويجي، حيث ناقشت هذه الدراسة استخدام نماذج ARIMA والنموذج الهجين *ARIMA-Wavelet* في التنبؤ بالتطبيق على مؤشر سينسيكس S&P BSE لتقنية المعلومات، حيث استخدم طريقتين في تقدير نماذج ARIMA، بعد استخدام التحويل المويجي، وتوصلت الدراسة إلى أن استخدام الطرق الهجينة *ARIMA-Wavelet* أفضل في التنبؤ من طريقة ARIMA النظامية، وأن الطريقة الثانية من الطرق الهجينة المستخدمة كانت الأفضل.

2- دراسة: (Goin & Ahern, 2018)

الموسومة بـ " *Identification of Spikes in Time Series* " تماثل النتوات في السلاسل الزمنية، هدفت للمقارنة بين نماذج ARIMA والتحويل المويجي، ومرشح كالمن، بالتطبيق على معدلات العنف الشهري في تسع مدن في ولاية كاليفورنيا عن طريق المحاكاة، وتم إدخال تموجات عشوائية في السلسلة، وتم تغيير حجم التموج بنسب تتفاوت من 10-50%، توصلت الدراسة إلى أن مرشح كالمن هو أفضل في عملية الترشيح والتمهيد في نسب التموج المختلفة.

3- دراسة: (Zulfi et al, 2018)

الموسومة بـ " *The Development Rainfall Forecasting Using Kalman Filter* " تطوير التنبؤ بهطول الأمطار باستخدام مرشح كالمن، هدفت إلى التنبؤ بهطول الأمطار باستخدام نماذج ARIMA ومرشح كالمن، وتم استخدام مرشح كالمن للنموذج الذي تم تقديره بواسطة نموذج ARIMA بعد تمثيله بفضاء الحالة، وقسمت البيانات إلى أربع مجموعات وقدرت أربعة نماذج ARIMA وبعد تمثيلها باستخدام منهجية فضاء الحالة تم تطبيق المعادلات التكرارية لمرشح كالمن، وتوصلت الدراسة إلى أن استخدام مرشح كالمن للنماذج المقدره أدى إلى تحسين القدرة التنبؤية بشكل كبير، وكانت قيمة RMSE في مرشح كالمن أقل من قيمتها في نماذج ARIMA.

4- دراسة: (Xu et al, 2017)

الموسومة بـ " *Real-Time Road Traffic State Prediction Based on ARIMA and Kalman Filter* " التنبؤ بالوقت الحقيقي لحركة المرور باستخدام نماذج ARIMA ومرشح كالمن، هدفت إلى التنبؤ بحركة المرور في الوقت الحقيقي باستخدام نماذج ARIMA ومرشح *Kalman*، واستخدمت سلسلة زمنية لحركة المرور في بكين وذلك لأربع طرق، ثم التنبؤ باستخدام نماذج ARIMA، وتم اقتراح خوارزمية للدمج بين نماذج ARIMA ومرشح *Kalman* للتنبؤ بحركة المرور، والمقارنة بين الطريقتين، وتوصلت إلى أن التنبؤ بالحركة المرورية باستخدام

عملية الدمج بين نماذج *ARIMA* ومرشح *Kalman* تعطي نتائج أفضل من التنبؤ باستخدام نماذج *ARIMA*.

5- دراسة: (Nury et al, 2017)

الموسومة بـ "Comparative Study of Wavelet-ARIMA and Wavelet - ANN models for temperature Time Series data in Northeastern Bangladesh" تناولت هذه الدراسة المقارنة بين نماذج *Wavelet-ARIMA* ونماذج *Wavelet-ANN* لبيانات السلاسل الزمنية لدرجات الحرارة في شمال شرق بنغلادش، هدفت الدراسة إلى تقديم طريقة للتنبؤ بدرجات الحرارة من خلال الجمع بين تقنية المويجات مع نماذج *ARIMA* والمويجات مع نماذج الشبكات العصبية *ANN* بالتطبيق على درجات الحرارة العظمى والصغرى في شمال شرق بنغلادش، وتوصلت الدراسة إلى أن التحويل المويجي مع نماذج *ARIMA* أفضل من التحويل المويجي مع الشبكات العصبية *ANN*.

6- دراسة: (Omekara et al, 2016)

الموسومة بـ "Time Series Analysis of Interest Rate in Nigeria: A Comparison of ARIMA and State Space Models" تحليل السلاسل الزمنية لسعر الفائدة في نيجيريا: مقارنة بين نماذج *ARIMA* وفضاء الحالة، هدفت الدراسة إلى اقتراح نموذج مناسب للتنبؤ بأسعار الفائدة الشهرية على الودائع للمصارف التجارية في نيجيريا للفترة من 2005-2015، وتم استخدام ثلاثة نماذج وهي نموذج أريما *ARIMA* ونموذج أريما المتداخلة (*Intervention ARIMA*) ونموذج فضاء الحالة، وأظهرت النتائج أن نموذج أريما المتداخلة (*Intervention ARIMA*) أكثر ملاءمة من نموذج *ARIMA* النظامية، وأظهرت أيضاً أن نموذج فضاء الحالة أكثر ملاءمة من نموذج *ARIMA* المتداخل.

7- دراسة: (Cerny, 2016)

الموسومة بـ "Forecasting Electricity prices in the Czech spot market" التنبؤ بأسعار الكهرباء في السوق الفورية التشيكية، هدفت الدراسة إلى التنبؤ بأسعار الكهرباء، وتضمنت البيانات أسعار الكهرباء اليومية، وأسعار الكهرباء في كل ساعة، وتم استخدام نماذج من عائلة *ARIMA-GARCH*، ونماذج الشبكات العصبية، وتم استخدام مويجة *Haar* في التحويل المويجي مع نماذج *ARIMA-GARCH* ونماذج الشبكات العصبية في التنبؤ بالأسعار اليومية، ونماذج *ARIMA* والشبكات العصبية للبيانات كل ساعة، وتوصلت الدراسة إلى أن نماذج *ARIMA* الموسمية كانت أفضل في التنبؤ بالبيانات اليومية، وتتفوق على باقي النماذج الأخرى،

ولم يكن للتحويل المويجي أي أثر في زيادة دقة التنبؤ لبيانات السلسلة اليومية، أما البيانات في كل ساعة فقد تفوقت الشبكات العصبية على نماذج ARIMA.

8- دراسة: (Kilic, 2015)

الموسومة بـ "Multiresolution Analysis of S&P500 Time Series" تحليل متعدد إعادة الحل للسلسلة الزمنية S&P500"، هدفت الدراسة إلى دراسة أسعار الإغلاق والفتح اليومية لأسهم أكبر 500 شركة مالية أمريكية عن طريق استخدام أساليب السلاسل الزمنية بالاعتماد على التحويلات المويجية المتقطعة MODWT، وتم تقدير عدة نماذج إحصائية من عائلة ARIMA، ومقارنة النماذج المقدرية بعد استخدام التحويل المويجي مع النماذج المقدرية بدون التحويل المويجي، وتوصلت الدراسة إلى أن نموذج SARIMA(0,1,2)(0,1,1)₁₃₀ مع التحويل المويجي هو أفضل نموذج اعتماداً على معايير المفاضلة المستخدمة.

9- دراسة: (Abu AL Rish, 2015)

الموسومة بـ "Electricity Consumption Forecasting In The Khan Younis Province Using Exponential Smoothing and Box Jenkins Methods: A Modeling Viewpoint"، التنبؤ باستهلاك الكهرباء في محافظة خان يونس باستخدام طريقة التمهيد الآسي وبوكس-جينكنز: وجهة نظر من خلال النماذج، حيث هدفت هذه الدراسة إلى التنبؤ باستهلاك الكهرباء في محافظة خان يونس باستخدام طريقة التمهيد الآسي المبتكرة ونماذج بوكس-جينكنز خلال الفترة 2000-2010، ثم المقارنة بينهما لاختبار أفضل نموذج، وتم التوصل إلى أن أفضل نموذج باستخدام نماذج بوكس-جينكنز هو نموذج ARIMA الموسمي ARIMA(2,1,2)(1,0,1)₁₂، أما باستخدام طريقة التمهيد الآسي المبتكرة فقد توصل إلى أن أفضل نموذج هو ETS(M,A,M)، وتم إجراء المقارنة بين النموذجين باستخدام مقاييس الخطأ، وتم التوصل إلى أن نموذج التمهيد الآسي ETS(M,A,M) هو النموذج الأفضل.

10- دراسة: (Ramos et al, 2015)

الموسومة بـ "Performance of State Space and ARIMA Models for Consumer Retail Sales Forecasting"، المفاضلة بين نماذج فضاء الحالة ونماذج ARIMA في التنبؤ بمبيعات التجزئة للمستهلك، هدفت الدراسة إلى التنبؤ بأسعار التجزئة للمستهلك عن طريق المقارنة بين نماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS ونماذج ARIMA، وتم استخدام معيار أكايك Akaike للمقارنة بين النماذج المختلفة، وتوصلت الدراسة إلى أن التنبؤ باستخدام نماذج ARIMA الاعتيادية تتطابق تماماً مع التقدير باستخدام نماذج فضاء الحالة، ولكن نماذج ARIMA باستخدام فضاء الحالة كانت أفضل من نماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS.

11- دراسة: (Hua Yu, 2014)

الموسومة بـ "*Modeling and Prediction of Wind Power Data*" النمذجة والتنبؤ ببيانات طاقة الرياح، هدفت الدراسة إلى التنبؤ بطاقة الرياح باستخدام نماذج أريما *ARIMA* ونماذج أريما الموسمية *SARIMA*، ونموذج *ARAR*، ونموذج هولت ونتر *Holt-Winters*، وتمثيل هذه النماذج باستخدام فضاء الحالة، وتوصلت الدراسة إلى أن نموذج فضاء الحالة الذي يتضمن الاتجاه والتغيرات الموسمية وباستخدام مرشح كالمن في التنبؤ بنماذج فضاء الحالة يعتبر أقوى طريقة للتنبؤ.

12- دراسة: (Rahman & Hasan, 2014)

الموسومة بـ "*Performance of Wavelet Transform on Models in Forecasting Climatic Variables*" فعالية التحويل المويجي على النماذج للتنبؤ بالتغيرات المناخية، حيث هدفت هذه الدراسة إلى التنبؤ بالرطوبة في بنغلادش عن طريق استخدام نماذج *ARIMA* ثم استخدام التحويل المويجي لسلسلة الرطوبة، وبعدها استخدام نماذج *ARIMA*، وتم استخدام طريقتين مختلفتين بعد تحليل السلسلة باستخدام التحويل المويجي، وتوصلت الدراسة إلى أن استخدام التحويل المويجي قبل تطبيق نماذج *ARIMA* يؤدي إلى تحسين التقديرات، وأن الطريقة الأولى التي تستند إلى معكوس المويجية أفضل من الطريقة الثانية التي تستند إلى تقدير نموذج *ARIMA* لكل سلسلة متحللة استناداً إلى معايير المقارنة بين النماذج.

13- دراسة: (Kriechbaumer et al, 2014)

الموسومة بـ "*An improved wavelet-ARIMA approach for forecasting metal prices*" طريقة مقترحة للتحويل المويجي ونماذج *ARIMA* للتنبؤ بأسعار المعادن، حيث هدفت هذه الدراسة إلى إمكانية اقتراح طريقة لتحسين تقديرات نماذج *ARIMA* من خلال استخدام التحويل المويجي المتقطع متعدد المراحل، بالتطبيق على الأسعار الشهرية لأسعار الألمنيوم والنحاس والرصاص وأظهرت النتائج أن الطريقة المقترحة لديها القدرة على زيادة دقة التنبؤات أفضل من طريقة *ARIMA* الكلاسيكية.

14- دراسة: (Skarbovik, 2013)

الموسومة بـ "*Forecasting House Prices in Norway: A Univariate Time Series Approach*" التنبؤ بأسعار المنازل في النرويج باستخدام منهجية السلاسل الزمنية الأحادية، هدف الدراسة التنبؤ بأسعار المنازل السكنية في النرويج في الفترة من إبريل 2013م إلى مارس 2014م، وقد استخدمت ثلاثة نماذج وهي نماذج الانحدار الذاتي *AR* ونماذج *ARIMA*

ونماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS لإيجاد أفضل نموذج للتنبؤ، وتوصلت الدراسة إلى أن نموذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS كان أفضل من النماذج الأخرى.

15- دراسة: (Yusof & Kane, 2012)

الموسومة بـ " *Modeling Monthly Rainfall Time Series Using ETS State Space and SARIMA Models* " نمذجة السلسلة الزمنية الشهرية للأمطار باستخدام نماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS ونماذج ARIMA الموسمية، حيث تم دراسة السلاسل الزمنية للأمطار في محطتي أرصاد جوية مختارتين في ماليزيا باستخدام الأساليب الإحصائية المختلفة لتحليل السلوك الزمني لهطول الأمطار في مناطق الدراسة، وتوصلت الدراسة إلى تقدير النموذجين SARIMA (1, 1, 2)(1, 1, 1)₁₂، SARIMA(4, 0, 2)(1, 0, 1)₁₂ وكذا نموذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS (A, A_d, N)، وأن جميع النماذج كانت مناسبة في التنبؤ.

16- دراسة: (Conejo et al, 2005)

الموسومة بـ " *Day-ahead Electricity price Forecasting using the Wavelet Transform and ARIMA models* " التنبؤ بأسعار الكهرباء باستخدام تحويل الموجات ونماذج ARIMA، في هذه الدراسة تم اقتراح أسلوب جديد للتنبؤ بأسعار الكهرباء في المستقبل على أساس تحويل الموجات ونماذج ARIMA، حيث تم تحليل السلسلة أولاً باستخدام التحويل المويجي إلى مجموعة من السلاسل، ثم التنبؤ بهذه السلاسل باستخدام نماذج ARIMA، واستخدام التنبؤات الناتجة عن ARIMA من خلال تحويل الموجات العكسية لإعادة بناء السلسلة الزمنية وبالتالي للتنبؤ بالأسعار، وتوصلت الدراسة إلى أن استخدام التحويل المويجي مع نماذج ARIMA ثم تطبيق التحويل المويجي العكسي يؤدي إلى تنبؤات صحيحة وتقرب من الواقع.

1.3.3 مقارنة بين الدراسات السابقة والدراسة الحالية

يمكن استعراض ومقارنة أهم ما توصلت له الدراسات السابقة مع ما توصلت إليه الدراسة الحالية كما يبينها الجدول (1.1)

جدول (1.1)

مقارنة بين نتائج الدراسة الحالية والدراسات السابقة

الرقم	عنوان الدراسة	أهم ما توصلت إليه	أوجه الاختلاف مع الدراسة الحالية
1	استخدام نموذج فضاء الحالة State Space في التنبؤ بإنتاج القمح في سوريا	وضع نموذج قياسي مبني على نموذج فضاء الحالة والتنبؤ بحجم إنتاج القمح، وإن نموذج فضاء الحالة أفضل من النماذج المستخدمة في تحليل السلاسل الزمنية.	أن مرشح كالمثل أكثر كفاءة في التنبؤ مقارنة بالتحويل المويجي، وأن تطبيق التحويل المويجي مع نماذج ARIMA أكثر كفاءة من النظامية ARIMA

ليس هناك فرق في استخدام نماذج ARIMA وتمثيلها باستخدام فضاء الحالة، وأن الهدف من تمثيلها هو استخدام مرشح كالمن، أن مرشح كالمن أكثر كفاءة في التنبؤ مقارنة بالطرق الأخرى.	تم تطبيق نماذج فضاء الحالة ومرشح كالمن على نموذج الانحدار الذاتي AR(1) وأن استخدام نماذج فضاء الحالة تؤدي إلى تحسين القدرة التنبؤية للنماذج، وأن مرشح كالمن من طرق التقدير الجيدة.	التحليل البايزي لنماذج فراغ الحالة	2
أن مرشح كالمن أكثر كفاءة في التنبؤ مقارنة بالتحويل المويجي. أن تطبيق التحويل المويجي مع نماذج ARIMA أكثر كفاءة من النظامية ARIMA	أن مرشح كالمن يتفوق على مرشح وينر في بيانات المحاكاة، وأن الطريقة المقترحة الثانية كانت الأفضل في التنبؤ، وأن مرشح الموجة الصغيرة أفضل من مرشح كالمن	استخدام مرشح الموجة الصغيرة المتقطعة في تحليل السلسلة الزمنية AR(1) ومقارنته مع مرشحات أخرى	3
أن نموذج ARIMA(1,1,0) الذي تم تطبيق مرشح كالمن عليه هو النموذج الأفضل من بين النماذج المختلفة التي تم تقديرها وباستخدام مختلف الطرق.	تم اختيار نموذج ARX(3,1,7) ونموذج فضاء الحالة ب (4) معلمات SS(4)، وتبين أن نموذج ARX(3,1,7) يعطي قيمة تنبؤية أفضل من نموذج فضاء الحالة.	مقارنة التنبؤ باستخدام النماذج الديناميكية ونماذج فضاء الحالة مع التطبيق	4
أن التحويل المويجي مع نماذج ARIMA أفضل من استخدام نماذج ARIMA النظامية	أن التحويلات المويجية تُعد أداة فعالة جداً في تشخيص نماذج السلاسل الزمنية اللاخطية وأن المرشح المويجي دقيق بشكل كبير في تشخيص النماذج	استخدام أساليب التمهيد المويجية في تشخيص بعض نماذج السلاسل الزمنية اللاخطية باستخدام المحاكاة	5
أن نموذج ARIMA(1,1,0) الذي تم تطبيق مرشح كالمن عليه هو النموذج الأفضل من بين النماذج المختلفة التي تم تقديرها وباستخدام مختلف الطرق.	أن النموذج ARMA (1,1) والذي تم تمثيله بواسطة فضاء الحالة وتطبيق مرشح كالمن عليه أعطى قيم تنبؤية قريبة إلى الواقع.	تمثيل فضاء الحالة لنماذج السلاسل الزمنية التركيبية ونماذج بوكس-جينكنز مع تطبيق في سوق العراق للأوراق المالية.	6
ليس هناك فرق في استخدام نماذج ARIMA وتمثيلها باستخدام فضاء الحالة، وأن الهدف من تمثيلها هو استخدام مرشح كالمن.	ليس هناك فرقاً بين تمثيل فضاء الحالة وتمثيل نموذج ARMA	تمثيل نموذج ARMA باستخدام فضاء الحالة	7
أن الطرق الهجينة أفضل من استخدام نماذج ARIMA النظامية، وأن الطريقة الثانية كانت أفضل من الطريقة الأولى، وكان مرشح كالمن أكثر كفاءة في التنبؤ.	أن الطرق الهجينة أفضل من استخدام نماذج ARIMA النظامية، وأن الطريقة الثانية كانت أفضل من الطريقة الأولى	التنبؤ ببيانات السلاسل الزمنية باستخدام نموذج ARIMA الهجين مع التحويل المويجي	8
تم استخدام موجة haar وأن استخدام مرشح كالمن كان أكثر كفاءة وفاعلية من استخدام التحويل المويجي ونماذج ARIMA.	تم استخدام التحويل المويجي مع العتبة الناعمة وتوصلت إلى أن استخدام مرشح كالمن كان أكثر كفاءة وفاعلية من استخدام التحويل المويجي ونماذج ARIMA	تماثل النتوات في السلاسل الزمنية	9
تم استخدام بيانات سلسلة شهرية واحدة وأن استخدام مرشح كالمن مع نموذج ARIMA كان أفضل من نماذج ARIMA النظامية.	تم التنبؤ ببناء أربعة نماذج مختلفة من ARIMA، وتوصلت إلى أن استخدام مرشح كالمن كان أفضل من نماذج ARIMA في كافة النماذج	تطوير التنبؤ بهطول الأمطار باستخدام مرشح كالمن	10

11	التنبؤ بالوقت الحقيقي لحركة المرور باستخدام نماذج ARIMA ومرشح كالمن	أن الدمج بين نماذج ARIMA ومرشح Kalman تعطي نتائج أفضل من التنبؤ باستخدام نماذج ARIMA	أن الدمج بين نماذج ARIMA ومرشح Kalman تعطي نتائج أفضل من التنبؤ باستخدام نماذج ARIMA
12	دراسة مقارنة بين نماذج Wavelet-ARIMA ونماذج Wavelet-ANN لبيانات السلاسل الزمنية لدرجات الحرارة في شمال شرق بنغلاديش	تم استخدام التحويل المويجي المتقطع DWT، وتوصلت إلى أن طرق التحويل المويجي أكثر كفاءة مقارنة بنموذج ARIMA، وأن الطريقة الثانية أفضل من الطريقة الأولى.	تم استخدام التحويل المويجي المتقطع MODWT، وتوصلت إلى أن طرق التحويل المويجي أكثر كفاءة مقارنة بنموذج ARIMA، وأن الطريقة الثانية أفضل من الطريقة الأولى.
13	تحليل السلاسل الزمنية لسعر الفائدة في نيجيريا: مقارنة بين نماذج ARIMA ونماذج فضاء الحالة.	أن نموذج فضاء الحالة أكثر ملاءمة من نموذج ARIMA الاعتيادية و ARIMA المتداخلة.	تم تقدير نماذج ARIMA ثم استخدام مرشح كالمن في التقدير والتنبؤ، وكان مرشح كالمن أفضل نموذج الدراسة.
14	التنبؤ بأسعار الكهرباء في السوق الفورية التشيكية	أن التحويل المويجي لم يحدث أي أثر في زيادة دقة التنبؤ.	أن التحويل المويجي أدى إلى تحسين التقديرات بشكل كبير مقارنة مع نماذج ARIMA الاعتيادية.
15	تحليل متعدد إعادة الحل للسلسلة الزمنية S&P500	أن النموذج المقدر SARIMA مع التحويل المويجي هو أفضل نموذج في التنبؤ.	أن نموذج ARIMA(1,1,0) مع مرشح كالمن كان أفضل من طريقتي ARIMA-Wavelet
16	التنبؤ باستهلاك الكهرباء في محافظة خان يونس باستخدام طريقة التمهيد الآسي وبوكس جينكيز	نماذج التمهيد الآسي المبتكرة ETS كانت أفضل من نماذج ARIMA.	أن نماذج ARIMA كانت أفضل من نماذج التمهيد الآسي المبتكرة ETS.
17	المفاضلة بين نماذج فضاء الحالة ونماذج ARIMA في التنبؤ بمبيعات التجزئة للمستهلك	أن التنبؤ باستخدام نماذج ARIMA الاعتيادية تتطابق تماماً مع التقدير باستخدام نماذج فضاء الحالة، وكانت نماذج ARIMA باستخدام فضاء الحالة أفضل من نماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS	ليس هناك فرق في استخدام نماذج ARIMA وتمثيلها باستخدام فضاء الحالة، وأن الهدف من تمثيلها هو استخدام مرشح كالمن، وأن نماذج ARIMA كانت أفضل من نماذج التمهيد الآسي المبتكرة ETS.
18	النمذجة والتنبؤ ببيانات طاقة الرياح	أن نموذج فضاء الحالة الذي يتضمن الاتجاه والموسمية وباستخدام مرشح كالمن هو الأقوى في التنبؤ.	أن نموذج ARIMA والذي تم تقديره باستخدام مرشح كالمن هو النموذج الأفضل.
19	فعالية التحويل المويجي على النماذج للتنبؤ بالتغيرات المناخية	استخدمت طريقتين في تقدير نماذج ARIMA بعد استخدام التحويل المويجي المتقطع DWT تضمنت الطريقة الأولى التخلص من المكون ذات التردد العالي ثم استخدام تحويل المويجات العكسي بعد إجراء التحويل المويجي الاعتيادي أما الطريقة الثانية فتضمنت تقدير نماذج ARIMA لكل مكون ثم استخدام معكوس الموجة لإيجاد القيم التقديرية، كانت الطريقة الأولى أفضل من الطريقة الثانية	استخدمت طريقتين في التنبؤ باستخدام التحويل المويجي MODWT، وتضمنت الطريقة إجراء التحويل المويجي المتقطع MODWT ثم التخلص من المكون ذات التردد العالي وبعد ذلك استخدام تحويل المويجات العكسي، أما الطريقة الثانية فتضمنت تقدير نماذج ARIMA لكل مكون ثم استخدام معكوس الموجة لإيجاد القيم التقديرية، كانت الطريقة الثانية أفضل من الطريقة الأولى

تم استخدام طريقتين في التحويل المويجي MODWT وكانت الطريقتين أفضل من طريقة ARIMA الكلاسيكية	تم استخدام التحويل المويجي المتقطع MODWT وتوصلت الدراسة إلى أن الطريقة المقترحة لديها القدرة على زيادة دقة التنبؤات أفضل من طريقة ARIMA الكلاسيكية	طريقة مقترحة للتحويل المويجي ونماذج ARIMA للتنبؤ بأسعار المعادن	20
تم تقدير نماذج ARIMA ونماذج التمهيد الآسي وتمثيلها بمنهجية فضاء الحالة، وتوصلت إلى أن نموذج فضاء الحالة ARIMA كان أفضل من نموذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS.	تم تقدير نماذج الانحدار الذاتي AR ونماذج ARIMA ونماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS، وتوصلت إلى أن نموذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS كان أفضل من النماذج الأخرى.	التنبؤ بأسعار المنازل في النرويج: منهجية السلاسل الزمنية الأحادية	21
أن نماذج ARIMA كانت أفضل من نماذج التمهيد الآسي النظامية ونماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS.	تم بناء نموذجين SARIMA ونموذج ETS(A,Ad,N)، وكانت جميع هذه النماذج ملائمة للتنبؤ.	نمذجة السلسلة الزمنية الشهرية للأمطار باستخدام نماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي ونماذج أريما الموسمية.	22
تم استخدام طريقتين في التحويل المويجي MODWT وكانت الطريقتين أفضل من طريقة ARIMA الكلاسيكية.	أن استخدام التحويل المويجي مع نماذج ARIMA ثم تطبيق التحويل المويجي العكسي يؤدي إلى تنبؤات صحيحة وتقترب من الواقع.	التنبؤ بأسعار الكهرباء باستخدام تحويل الموجات ونماذج ARIMA	23

- وتتميز الدراسة الحالية عن الدراسات السابقة أنفة الذكر بأنها تختلف عنها من جهات عدة أهمها:
- 1- إن الدراسة الحالية تجمع بين نماذج بوكس-جينكنز والتمهيد الآسي ومرشح كالمن والتحويل المويجي معاً.
 - 2- استخدمت الدراسة الحالية نماذج ARIMA الاعتيادية وتمثيلها باستخدام منهجية فضاء الحالة، وكذا طرائق التمهيد الآسي ES الاعتيادية، ونماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS، والمقارنة بين هذه النماذج.
 - 3- استخدام مرشح كالمن على النموذج الأفضل من ARIMA باستخدام منهجية فضاء الحالة، ونماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS
 - 4- استخدام طريقتين من الطرق الهجينة Wavelet-ARIMA-1 و Wavelet-ARIMA-2 بعد إجراء التحويل المويجي المتقطع ذا الفائص العالي MODWT؛ وذلك لتحسين تقديرات نماذج ARIMA ومقارنتها مع مرشح كالمن.
 - 5- طبقت هذه الدراسة على استهلاك المياه في محافظة عدن.

الفصل الثاني

الإطار النظري للدراسة

مقدمة: Introduction

يُعد تحليل السلاسل الزمنية من أهم الطرق العلمية المستخدمة في التنبؤ، وكذلك له دور مهم في عملية اتخاذ القرارات في الكثير من المجالات التطبيقية، حيث تقوم فكرة تحليل السلاسل الزمنية على إيجاد نموذج رياضي مناسب لطبيعة البيانات، بحيث يجعل البواقي (الأخطاء) *Residuals* أقل ما يمكن، وليس بها أي نوع من الارتباط الداخلي بين هذه الأخطاء.

ولأن التنبؤ له أهمية واضحة ومؤثرة في دقة القرار، فقد شهد تحليل السلاسل الزمنية على المستوى العالمي نقلة نوعية وتطوراً بالغ الأهمية، وخاصةً بعد المنهجية التي قدمها بوكس وجينكنز في مجال تحليل السلاسل الزمنية؛ وتعتبر المشكاة الأساسية التي انبثقت منها سائر المنهجيات الحديثة.

وتقدم منهجية فضاء الحالة إطاراً موحداً لنمذجة عدة أنواع من نماذج السلاسل الزمنية في شكل فضاء الحالة، مثل نماذج *ARIMA* وطرائق التمهيد الآسي، حيث يمكن تقدير هذه النماذج عن طريق خوارزمية تكرارية فعالة تُعرف بمرشح كالمن.

وخلال السنوات الأخيرة أُحرزَ تقدم كبير في تحويل المويجات لمعالجة الإشارات، فقد تبين من خلال الدراسات أن تقنية تحويل المويجات عند استخدامها مع نماذج السلاسل الزمنية تؤدي إلى تحسن في دقة التنبؤات بشكل ملحوظ، بدلاً من استخدام البيانات بدون معالجة.

وعلى هذا الأساس يتناول هذا الفصل الأساليب الإحصائية المستخدمة في هذه الدراسة، فبعد تحديد بعض المفاهيم الأساسية في السلاسل الزمنية من حيث مفهومها، مكوناتها، واختبارات الاستقرار للسلاسل الزمنية، نتطرق إلى نماذج فضاء الحالة، وأنواعها، والتعريف بنموذج فضاء الحالة الخطي، ثم ننتقل إلى نماذج بوكس-جينكنز (*Box-Jenkins*) المختلفة، بالإضافة إلى مراحل تحليل السلاسل الزمنية وفق منهجية بوكس-جينكنز، وتمثيل هذه النماذج باستخدام منهجية فضاء الحالة، كذلك سيتم التطرق إلى طرائق التمهيد الآسي (*Exponential Smoothing*) وأنواعها، وكيفية صياغة هذه الطرائق في شكل فضاء الحالة (*ETS*)، ثم استخدام مرشح كالمن (*Kalman Filter*) في التقدير، وبعد ذلك يتم التطرق إلى التحويل المويجي من حيث مفهومه، أنواعه، وكيفية استخدام التحويل المويجي في السلاسل الزمنية، وأخيراً التطرق إلى المعايير المستخدمة في المفاضلة بين النماذج المختلفة.

2.1 مفاهيم عامة في السلاسل الزمنية *General Concepts of Time Series*

2.1.1 مفهوم السلاسل الزمنية *Concept Time Series*

يُطلق على مجموعة المشاهدات التي تمثل قياسات لظاهرة معينة في فترات زمنية محددة تعبير السلسلة الزمنية *Time Series*، فالسلسلة الزمنية هي سجل تاريخي لنشاط معين بقياسات مأخوذة على فترات زمنية متساوية وبتعبير آخر: هي قيم لمتغير معين مرتبط بالزمن، ويجب في جميع الأحوال أن تكون هذه القياسات متناسقة في طريقة القياس وفي طبيعة الظاهرة أو النشاط. [6]

كذلك يمكن تعريفها بأنها: مجموعة من المشاهدات التي تتولد على التوالي خلال الزمن، وتتميز أي سلسلة زمنية بأن بياناتها مرتبة بالنسبة للزمن، وأن المشاهدات المتتالية عادةً ما تكون غير مستقلة أي تعتمد على بعضها البعض. [9]

وتعرف أيضاً بأنها مجموعة من القيم المشاهدة لظاهرة ما خلال فترات زمنية متساوية، وتكون عادةً إما أسبوعية أو شهرية أو فصلية أو سنوية، وهي علاقة دالية بين قيمة الظاهرة (Y) والزمن (t) أي أن $Y = f(t)$.

وتكون السلسلة الزمنية على نوعين: سلاسل زمنية متقطعة (*Discrete Time Series*) وسلاسل زمنية مستمرة (*Continuous time Series*)، ولكن السلسلة الزمنية المتقطعة هي الأكثر استخداماً في المجال التطبيقي، وتكون فيها الفترات الزمنية بين مشاهدة وأخرى متساوية، وهذه يمكن الحصول عليها إما عن طريق تسجيل قيم الظاهرة في أزمنة ثابتة، أو عن طريق تجميع قيم الظاهرة لفترات زمنية ثابتة. [1]

ويمكن القول أن السلاسل الزمنية تستخدم لتقدير الظاهرة في المستقبل عن طريق دراسة وتحليل التطور التاريخي للظاهرة نفسها من الماضي، أي أن القيم تخص متغير ما في أوقات أو فترات زمنية متعاقبة، مثل الصادرات، والمبيعات، واستهلاك الكهرباء، استهلاك المياه، وغيرها من الظواهر الاجتماعية والاقتصادية.

2.1.2 مكونات السلاسل الزمنية: *Components Of The Time Series*

تتكون السلسلة الزمنية من مجموعة من المركبات التي تساعد على معرفة سلوك السلسلة وتحديد مقدار تغيراتها وإدراك طبيعتها واتجاهاتها، حيث يصبح بالإمكان القيام بالتقديرات اللازمة والتنبؤات الضرورية، وهذه التغيرات التي تطرأ على السلسلة الزمنية في فترة معينة تحدث بسبب أربعة عوامل تدعى بمكونات أو مركبات السلسلة الزمنية، وقد تتأثر السلسلة الزمنية بهذه العوامل مجتمعة أو ببعضها فقط وهذه العوامل هي: [1] [2]

1. الاتجاه العام: *Secular Trend*

يعبر الاتجاه العام على النمو والتطور الطبيعي للظاهرة عبر الزمن، سواءً كان بميل موجب أو سالب، أي الزيادة أو النقصان التدريجي في قيم السلسلة الزمنية بمرور الزمن، ويظهر تأثيره بعد مرور فترة زمنية أطول نسبياً قياساً إلى تأثير بقية المركبات، وتكون مشاهدات السلسلة الزمنية تابعة للزمن الذي يحدد خاصيتها أو سمتها الرئيسية، ويرمز له بالرمز T .

2. التغيرات الموسمية *Seasonal Variations*

هي تلك التغيرات التي تحدث بانتظام في قيم السلسلة الزمنية خلال فترة زمنية محددة، وهذه الفترة تكون عادةً (سنة أو فصلاً أو شهراً أو اسبوعاً)، أو هي التغيرات الموسمية التي تحدث بانتظام في وحدات زمنية متعاقبة، ويختلف طول الدورة باختلاف طبيعة البيانات فقد يساوي 12 إذا كانت البيانات شهرية أي على أساس سنوي، وقد يساوي طول الدورة 4 عندما تكون البيانات ربع سنوية وتسمى عادةً بيانات فصلية، ويرمز لها بالرمز S .

3. التغيرات الدورية *Cyclical Variations*

تنعكس هذه التغيرات في السلاسل الزمنية طويلة المدى، والتي تبرز انتقال أثر الأحوال الاقتصادية مثلاً، وهي تغيرات تشبه التغيرات الموسمية إلا أنها تتم في فترات أطول نسبياً من الفترات الموسمية، وبالمقارنة بالتغيرات الموسمية فإن طول الفترة غير معلوم، وإنما يتراوح عادةً بين ثلاث سنوات إلى عشر سنوات، ومن ثم يصعب التعرف على التغيرات الدورية ومقاديرها؛ لأنها تختلف اختلافاً كبيراً من دورة لأخرى سواءً من حيث طول الفترة الزمنية للدورة أو اتساع تقلباتها ومداه، ويرمز لها بالرمز C .

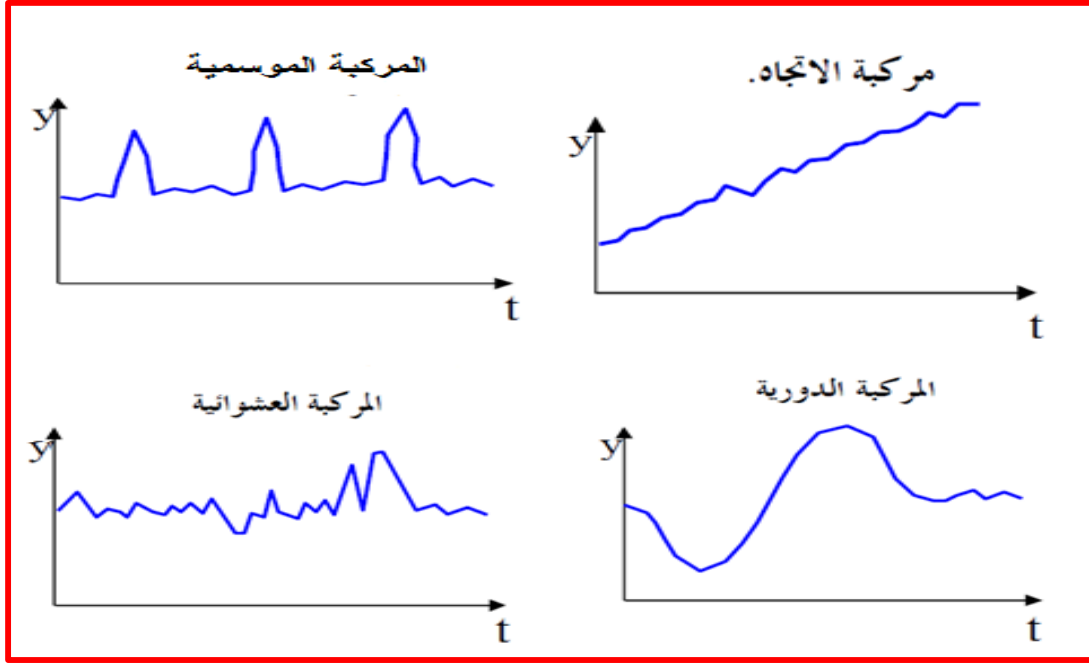
4. التغيرات العشوائية *Random Variations*

هي التغيرات التي تحدث في قيم السلسلة الزمنية وتكون ناتجة عن طريق الصدفة، أو تنجم عن ظروف طارئة لا يمكن التنبؤ بوقوعها أو تحديد نطاق تأثيرها، وفي هذه الحالة لا يمكن التنبؤ بها ولكن يمكن تحديدها، وتكون ناتجة من حوادث معينة مثل (الحروب، والزلازل، والكوارث ... إلخ)، أي أنها التغيرات التي لا تتبع نمودجاً محدداً في تغيراتها وليس لها شكل منتظم ويرمز لها بالرمز I .

والشكل البياني (2.1) يبين التغيرات (المركبات) الأربعة السابق ذكرها:

شكل رقم (2.1)

مركبات السلسلة الزمنية



إن التعرف على مكونات السلسلة الزمنية وتقديرها يعد أحد أهداف السلاسل الزمنية؛ لأن معرفة الاتجاه العام يساعد في التخطيط طويل الأجل، والتنبؤ لما قد يحدث مستقبلاً، أما معرفة التغيرات الموسمية فإنه يفيد في التخطيط قصير الأجل.

ويفترض نموذج السلسلة الزمنية أن قيم السلسلة دالة في مجموعة من العناصر المكونة لها وفقاً

$$\text{للزمن أي: } Y_t = f(T + S + C + I).$$

هناك نموذجان شائعا الاستخدام هما: [19]

النموذج المضاف (الجمعي): ويفترض أن قيمة الظاهرة عند الزمن t هي حاصل جمع المركبات الأربع التي تتكون منها السلسلة عند نفس الزمن بشرط أن تكون المركبات مستقلة عن بعضها البعض، وتعرف رياضياً بالعلاقة الآتية:

$$Y_t = T + S + C + I \quad \dots(2.1.1)$$

النموذج المضاعف (الضربي): ويفترض أن قيمة الظاهرة عند الزمن t هي حاصل ضرب

المركبات الأربع التي تتكون منها السلسلة عند نفس الزمن مع وجود ارتباط بين هذه المركبات وتعرف رياضياً بالعلاقة الآتية:

$$Y_t = T \times S \times C \times I \quad \dots(2.1.2)$$

حيث إن:

Y_t : قيمة الظاهرة عند زمن معين (مشاهدات السلسلة الزمنية).

T : تمثل الاتجاه العام.

S : تمثل التغيرات الموسمية.

C : تمثل التغيرات الدورية.

I : تمثل التغيرات العرضية.

ويمكن معرفة طبيعة النموذج انطلاقاً من حساب المتوسط الحسابي والتباين؛ فإذا كانا ثابتين عبر الزمن فإن السلسلة تشكل نموذجاً تجميعياً (مضافاً)، وفي حالة العكس نقول إن السلسلة تشكل نموذجاً ضربياً (مضاعفاً).

2.1.3 استقرار السلاسل الزمنية *Time series Stationary*

تعاني أغلب السلاسل الزمنية من عدم الاستقرار؛ ولذا فقبل دراسة وتحليل السلوك أو التقلبات لأي سلسلة زمنية لابد من التأكد أولاً من وجود اتجاه في السلسلة الزمنية، وتشير الاستقرارية في السلاسل الزمنية إلى طبيعة نمط الظاهرة المدروسة وكيفية توزيعها، وحسب طبيعة نمو السلسلة يمكن أن نميز بين نوعين من السلاسل هما: سلاسل زمنية مستقرة (*Stationary Time Series*)، وسلاسل زمنية غير مستقرة (*Non Stationary Time Series*)، وأن السلسلة الزمنية المستقرة هي تلك التي تتغير مستوياتها مع الزمن دون أن تتغير الخصائص الإحصائية (الوسط والتباين) لها، أي أنها تكون ثابتة خلال الزمن وهذا يعني أن السلسلة الزمنية لا يوجد فيها اتجاه نحو الزيادة ولا نحو النقصان فضلاً عن عدم وجود تقلبات موسمية، أما السلسلة الزمنية غير المستقرة؛ فإن المستوى المتوسط فيها يتغير باستمرار نحو الزيادة أو النقصان. [2]

أي أن هذه الخصائص لا تتغير بالإزاحة إلى الأمام أو إلى الخلف لأي عدد من الوحدات الزمنية، وتعني أن منحنى البيانات يكون موازياً لإحداثي الزمن، مما يعني أن البيانات متذبذبة حول وسط حسابي ثابت وبشكل مستقل عن الزمن، وكذلك التباين يكون ثابتاً عبر الزمن، وتتحقق استقرارية السلسلة الزمنية عندما ينعقد الاتجاه العام فيها ويكون أوساطها، وتبايناتها، وتغايراتها ثابتة عبر الزمن أي: [8]

$$1- \text{ثبات الوسط الحسابي، أي } E(Y_t) = \mu \text{ لكل قيم } t.$$

$$2- \text{ثبات قيمة التباين، أي } \text{var}(Y_t) = (Y_t - \mu) = \sigma_t^2 \text{ لكل قيم } t.$$

3- أن يكون التباين بين أي قيمتين لنفس المتغير معتمداً على الفجوة الزمنية بين القيمتين وليس على القيمة الفعلية للزمن الذي يحسب عند التباين، أي على الفرق بين (Y_{t+k}, Y_t) .

$$\text{cov}(Y_t, Y_{t+k}) = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)] = \text{cov}(Y_{t+k}, Y_{t+k+s}) = \gamma(k)$$

وبتحقيق هذه الشروط تدعى السلسلة الزمنية بتامة الاستقرارية (*Strict Stationary*)، أما إذا تحقق الشرطان الأول والثاني فتسمى بضعيفة الاستقرارية (*Weak Stationary*) أو مستقرة من الدرجة الثانية، وعند عدم تحقق الشروط السابقة تكون السلسلة غير مستقرة (*Non-Stationarity*).

وهناك نوعان من الاستقرار وهما: الاستقرار في الوسط (*Stationary in Mean*) والاستقرار في التباين (*Stationary in Variance*)، فإذا كانت غير مستقرة في الوسط الحسابي وتظهر اتجاه عام فيجب إزالة هذا الاتجاه للحصول على سلسلة زمنية مستقرة، وذلك عن طريق أخذ الفروق (*Differencing Transformation*) لجعلها مستقرة، أما إذا كانت السلسلة غير مستقرة في التباين فيمكن أخذ اللوغاريتم أو أخذ الجذر التربيعي أو المقلوب للسلسلة الزمنية أو أي تحويل يلائم السلسلة الزمنية. [34]

ويمكن التعرف على أن السلسلة الزمنية مستقرة أو غير مستقرة عن طريق الرسم البياني للسلسلة الزمنية، أو بدراسة دالة الارتباط الذاتي (*ACF*) ودالة الارتباط الذاتي الجزئي (*PACF*) إذ تقترب قيمتها من الصفر بعد الإزاحة الثانية أو الثالثة، أو باختبارات جذر الوحدة. [2]

2.1.4 دالة الارتباط الذاتي (*ACF*) *Auto Correlation Function*

توضح دالة الارتباط الذاتي لسلسلة زمنية الارتباط الموجود بين المشاهدات لفترات مختلفة وهي ذات أهمية بالغة في إبراز الخصائص الهامة للسلسلة الزمنية، ومن الناحية العملية نقوم بتقدير دالة الارتباط الذاتي للمجتمع بواسطة دالة الارتباط الذاتي للعينة. [2]

ومصطلح الارتباط الذاتي يمكن توضيحه على أساس أنه يمثل الارتباط بين المشاهدات المتسلسلة للمتغير نفسه خلال فترة زمنية، ومضمون الارتباط الذاتي هو أن المتغير العشوائي الذي يحدث خلال فترة زمنية معينة يرتبط بالمتغير العشوائي الذي يسبقه أو يليه، أي ارتباط السلسلة نفسها بنفسها أو تزحيفها بمقدار $[1, 2, \dots, K]$ فترة، والصيغة العامة لحساب الارتباط الذاتي لسلسلة زمنية هي: [8]

$$\rho_k = \frac{\text{cov}(y_t, y_{t+k})}{\sqrt{\text{var}(y_t) \text{var}(y_{t+k})}} =, \quad t, k = 0, 1, 2, \dots, n \quad \dots(2.1.3)$$

ويمكن كتابة الصيغة السابقة بالشكل:

$$\rho_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2} =, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n \quad \dots(2.1.4)$$

حيث إن:

n : حجم العينة.

k : طول الفجوة الزمنية.

ρ_k : معامل الارتباط الذاتي للمجتمع والعينة.

y_t : قيم مشاهدات السلسلة الزمنية.

\bar{y} : الوسط الحسابي للسلسلة الزمنية.

وبرسم شكل الانتشار بين قيم $\hat{\gamma}_k$ و k يتم الحصول على شكل العلاقة ومن ثم يمكن الكشف عن طبيعة السلسلة إذا كانت مستقرة أم لا، فإذا كانت السلسلة الزمنية مستقرة فإن معاملات الارتباط ρ_k تتراوح قيمتها بين $(-1, +1)$ وغالباً يكون لها توزيع طبيعي وسطه الحسابي صفر

$$(0) \text{ وتباينه } \left(\frac{1}{n}\right) \text{ أي: } \left(\frac{1}{n}\right) \sim N(0, \frac{1}{n}) \text{ [7]. } \tilde{\rho}$$

فإذا كانت قيم معامل الارتباط الذاتي تقع خارج حدود الثقة يتم رفض فرضية العدم التي تنص على استقرار السلسلة الزمنية، أي أن السلسلة الزمنية غير مستقرة، أما إذا كانت تقع داخل حدود الثقة فيقبل الفرض البديل الذي ينص على أن السلسلة الزمنية مستقرة. [5]

يمكن استخدام دالة الارتباط الذاتي (ACF) في تحليل السلاسل الزمنية الموسمية؛ لأنها تعطي معلومات حول سلوك السلسلة ومكوناتها الأساسية، كذا تساعد على تحديد استقرار السلسلة وهل هي موسمية أم لا؟ كذلك تستخدم دالة الارتباط الذاتي للبواقي (RACF) *Residual Autocorrelation Function* لفحص ملاءمة النموذج عن طريق اختبار عشوائية أخطاء التنبؤ.

وتعد دالة الارتباط الذاتي وسيلة مهمة لمعرفة استقرار السلاسل الزمنية؛ حيث إنها تميل إما للانحدار نحو الصفر مع ازدياد فترات الإزاحة (الارتداد) (K) وإما تنقطع بعد عدد من فترات

الإزاحة، أما إذا كانت السلسلة الزمنية غير مستقرة بسبب وجود اتجاه صاعد أو نازل في المعدل فإن دالة الارتباط الذاتي للعينة لا تنقطع ولا تتحدر ببطء تجاه الصفر وذلك لأن المشاهدات تميل لأن تكون على نفس اتجاه الوسط الحسابي للسلسلة الزمنية لفترات عديدة، ونتيجة لذلك نحصل على ارتباطات ذاتية كبيرة عند فترات إزاحة طويلة. [34]

2.1.5 دالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) Partial Autocorrelation function

هي مؤشر يقيس العلاقة بين قيم متتالية خلال فترتين زمنيتين مختلفتين (Y_{t+k}, Y_t) لنفس السلسلة مع افتراض ثبات قيم السلسلة الزمنية الواقعة بينهما، ويحسب بانحدار $(Y_{t-1}, \dots, Y_{t-p})$ ، ويمكن إيجاد تقدير قيم معامل الارتباط الذاتي الجزئي بالصيغة الآتية: [8]

$$\rho_{kk} = \frac{\text{cov}(y_t - y_t^*)(y_{t+k} - y_{t+k}^*)}{\text{var}(y_t - y_t^*)} \dots(2.1.5)$$

حيث إن:

y_t^* ، y_{t+k}^* متغيرات نحصل عليهما من انحدار y_t ، y_{t+k} كل على حدة على سلسلة المتغيرات الآتية $(y_{t+1}, y_{t+2}, \dots, y_{t+k-1})$ وبالتالي فإن:

$$y_t^* = \sum_{j=1}^{k-1} a_j y_{t+j}$$

$$y_{t+k}^* = \sum_{j=1}^{k-1} a_j y_{t+j+k} \dots(2.1.6)$$

وتستخدم دالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) في تحليل السلاسل الزمنية، حيث تلعب دوراً أساسياً ومهماً في تشخيص النموذج المبدئي الملائم لبيانات السلسلة الزمنية من مجموعة نماذج الانحدار الذاتي (AR)، والمتوسطات المتحركة (MA)، والنماذج المختلطة (ARMA)، وتحديد رتب النماذج.

وتميل (PACF) للانحدار بالسلاسل الزمنية المستقرة نحو الصفر مع ازدياد فترات الإزاحة أو تنقطع بعد عدد معين من فترات الإزاحة. [34]

وبواسطة معاملات الارتباط الذاتي والجزئي يمكن تحديد فيما إذا كانت السلسلة مستقرة أم لا، إذ يتم اختبار معاملات الارتباط الذاتي والجزئي لفترات إزاحة مختلفة لمعرفة مدى اختلافها معنوياً عن الصفر وذلك عن طريق رسم المعاملات، وكذلك يمكن معرفة دقة النموذج وملاءمته عن طريق رسم معاملات الارتباط الذاتي للبواقي، فإذا كانت واقعة ضمن حدود الثقة باحتمال 95% فهذا يعني بأنها عشوائية وأن النموذج ملائم وكفاء. [23]

2.1.6 اختبارات جذر الوحدة: Unit Root Tests

تعتبر اختبارات جذر الوحدة من أهم الاختبارات الإحصائية القوية للكشف عن استقرار السلاسل الزمنية، وتسمح هذه الاختبارات ببيان ما إذا كانت السلسلة الزمنية مستقرة أم لا، وذلك بتحديد مركبة الاتجاه العام، وأيضاً ماهي أفضل طريقه لجعلها مستقرة. [2] وهناك مجموعة من الاختبارات تستخدم لاختبار جذر الوحدة وهي:

2.1.6.1 اختبار ديكي-فولر (DF) Dickey Fuller Test

تعمل اختبارات ديكي-فولر في البحث عن الاستقرار أو عدمها، حيث يعتمد هذا الاختبار على ثلاثة نماذج بسيطة تفترض وجود عملية عشوائية من نمط انحدار ذاتي من الدرجة الأولى وهذه النماذج هي: [2]

النموذج الأول: نموذج بدون ثابت وبدون اتجاه عام:

$$\Delta Y_t = \lambda Y_{t-1} + e_t \quad \dots(2.1.7)$$

النموذج الثاني: نموذج مع ثابت وبدون اتجاه عام:

$$\Delta Y_t = \alpha + \lambda Y_{t-1} + e_t \quad \dots(2.1.8)$$

النموذج الثالث: نموذج مع ثابت ومع اتجاه عام:

$$\Delta Y_t = \alpha + \lambda Y_{t-1} + \delta t + e_t \quad \dots(2.1.9)$$

حيث إن:

δ : معامل الاتجاه العام.

α : حد ثابت.

λ : جذر الوحدة.

e_t : حد الخطأ أو التشويش الأبيض ويفترض فيه أن وسطه يساوي صفر وتباينه ثابت وقيمه غير مرتبطة أي:

$$E(e_t) = 0, \quad \text{var}(e_t) = \delta^2, \quad E(e_j, e_{j+s}) = 0$$

ويتم تقدير معالم النماذج السابقة وفق طريقة المربعات الصغرى وتكون إحصائية الاختبار:

$$\tau = \frac{\hat{\lambda}}{SE(\hat{\lambda})} \quad \dots(2.1.10)$$

أما الفروض الإحصائية فهي على النحو الآتي:

$H_0 : \lambda = 1$ عدم استقرار السلسلة (يوجد جذر الوحدة)

$H_1 : \lambda \neq 1$ السلسلة الزمنية مستقرة (لا يوجد جذر الوحدة)

ويتم مقارنة إحصائية الاختبار من جدول *Mackinnon*، فإذا كانت قيمة τ المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية عندها نرفض فرض العدم أي أن السلسلة مستقرة، وإذا تحققت فرضية العدم في أحد النماذج الثلاثة فإن السلسلة غير مستقرة.

2.1.6.2 اختبار ديكي-فولر الموسع (ADF) *Augmented Dickey Fuller*

يؤخذ على اختبار (DF) عدم أخذه بعين الاعتبار إمكانية الارتباط الذاتي للحد العشوائي فعندئذ تكون تقديرات المربعات الصغرى للنماذج الثلاثة السابقة لا تتسم بالكفاءة، ولتفادي هذا العيب يستخدم اختبار ديكي-فولر الموسع (ADF)، حيث يعتمد على ثلاث نماذج تفترض وجود عملية عشوائية من نوع الانحدار الذاتي من الدرجة p AR (p) وهذه النماذج هي: [5]

النموذج الأول: نموذج بدون ثابت وبدون اتجاه عام:

$$\Delta Y_t = \lambda Y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \rho_j \Delta Y_{t-1} + e_t \quad \dots(2.1.11)$$

النموذج الثاني: نموذج مع ثابت وبدون اتجاه عام:

$$\Delta Y_t = a + \lambda Y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \rho_j \Delta Y_{t-1} + e_t \quad \dots(2.1.12)$$

النموذج الثالث: نموذج مع ثابت ومع اتجاه عام:

$$\Delta Y_t = a + \beta t + \lambda Y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \rho_j \Delta Y_{t-1} + e_t \quad \dots(2.1.13)$$

حيث إن:

δ : معامل الاتجاه العام.

a : حد ثابت.

λ : جذر الوحدة.

e_t : حد الخطأ أو الضجة البيضاء.

ويعتمد الاختبار على نفس الإحصائية لاختبار ديكي-فولر *Dickey-Fuller*، وتتم المقارنة كما في اختبار ديكي-فولر.

2.1.6.3 اختبار فليبس بيرون (pp) Phillips & Perron test

ظهر هذا الاختبار عام (1988) واستطاع التخلص من آثار الارتباط الذاتي في بواقي معادلة اختبار جذر الوحدة بإجراء تعديل معلمي لتباين النموذج؛ ليأخذ بعين الاعتبار وجود الارتباط الذاتي، وأيضاً ليعكس الطبيعة الديناميكية في السلسلة، ويستند هذا الاختبار على طريقة إحصائية لا معلمية (*Non-Parametric*) لتباين النموذج على عكس اختبار (ADF) الذي يستخدم طرق إحصائية معلمية (*Parametric*)، فضلاً عن أن اختبار (PP) أكثر دقة من اختبار (ADF) فيما يخص العينات صغيرة الحجم؛ لأنه لا يحوي على قيم متباطئة للفروق، ويتطلب تقدير هذا الاختبار المعادلة الآتية: [12] [51]

$$\Delta Y_t = a + \beta Y_{t-1} + u_t \quad \dots(2.1.14)$$

ويتم إجراء هذا الاختبار وفق المراحل التالية:

- (1) تقدير النماذج الثلاثة لاختبار ديكي فولر الموسع (ADF) وفق طريقة المربعات الصغرى.
- (2) تقدير التباين وفق العلاقة:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{e}_t^2 \quad \dots(2.1.15)$$

حيث إن e_t بواقي النموذج

- (3) تقدير المعامل المصحح S_t^2 المسمى "التباين طويل المدى" من خلال التباينات المشتركة لبواقي النموذج السابقة:

$$S_t^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{e}_t^2 + 2 \sum_{i=1}^l \left(1 - \frac{i}{l+1}\right) \frac{1}{T} \sum_{t=i+1}^T \hat{e}_t \hat{e}_{t-1} \quad \dots(2.1.16)$$

ومن أجل تقدير هذا التباين يجب أن يتم تحديد عدد التأخيرات L المقدر بدلالة عدد المشاهدات

$$l \approx 4 \left(\frac{T}{100} \right)^{\frac{2}{9}} \quad \text{الكلية } T \text{ وفق العلاقة:}$$

- (4) حساب إحصائية Phillips & Perron وفق العلاقة:

$$t_{\hat{\phi}}^* = \sqrt{k} \times \frac{(\hat{\phi}-1)}{\hat{\sigma}_{\hat{\phi}}} + \frac{T(k-1)\hat{\sigma}_{\hat{\phi}}}{\sqrt{k}}, k = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{s}^2} \quad \dots(2.1.17)$$

وإن توزيع إحصائية الاختبار هي نفس توزيع إحصائية ديكي-فولر، واتخاذ القرار يكون مشابه لاختبار (DF).

أما الفروض الإحصائية التي يتم اختبارها تكون على النحو الآتي:
فرض العدم H_0 : يوجد جذر الوحدة في بيانات السلسلة، والسلسلة غير مستقرة.
الفرض البديل H_1 : لا يوجد جذر الوحدة للسلسلة، والسلسلة مستقرة.
ويمكن عرضها بالرموز الآتية:

$$H_0 : \beta = 1 \quad \text{وبالتالي فإن السلسلة الزمنية غير مستقرة}$$

$$H_1 : \beta \in (-1,1) \quad \text{وبالتالي فإن السلسلة الزمنية مستقرة}$$

وتتطبق هذه الفروض على اختبار (ADF) واختبار (PP) أيضاً.

2.1.6.4 اختبار جذر الوحدة الموسمي (HEGY) *Hylleberg-Engle-Granger-Yoo*

في عام (1990) قام كل من *Hylleberg-Engle-Granger-Yoo* بتطوير اختبار لتحديد ما إذا كانت هناك جذور وحدة موسمية في سلسلة زمنية أحادية ربع سنوية، أطلق عليه اسم اختبار (HEGY)، وتم بعد ذلك تعديل الاختبار ليشمل بيانات السلسلة الزمنية الشهرية من قبل كل من *Franses* في عام (1991) و *Beaulieu and Miron* في عام (1993). [51] [98]

ففي حالة البيانات ربع السنوية فإن الاختبار يعتمد على المعادلة الآتية:

$$\Delta_4 y_t = \mu_t + \pi_1 y_{1,t-1} + \pi_2 y_{2,t-1} + \pi_3 y_{3,t-1} + \pi_4 y_{3,t-2} + e_t \quad \dots(2.1.18)$$

حيث إن:

$$y_{1,t} = (1 + L + L^2 + L^3) y_t \quad \dots(2.1.19)$$

$$y_{2,t} = -(1 - L + L^2 - L^3) y_t \quad \dots(2.1.20)$$

$$y_{3,t} = (1 - L^2) y_t \quad \dots(2.1.21)$$

$$y_{4,t} = (1 - L^4) y_t \quad \dots(2.1.22)$$

و π_i معامل للجذور الموسمية.

ويتم استخدام اختبار t -test على معاملات الجذور الموسمية ($\pi_1 = 0, \pi_2 = 0$)، أما

المعاملات ($\pi_3 = \pi_4 = 0$) فيتم استخدام اختبار F -test

أما في حال كانت البيانات شهرية فإن الاختبار يعتمد على المعادلة الآتية: [84] [86]

$$\Delta_{12}y_t = \mu_t + \pi_1 y_{1,t-1} + \pi_2 y_{2,t-1} + \pi_3 y_{3,t-1} + \pi_4 y_{3,t-2} + \pi_5 y_{4,t-1} + \pi_6 y_{4,t-2} \\ + \pi_7 y_{5,t-1} + \pi_8 y_{5,t-2} + \pi_9 y_{6,t-1} + \pi_{10} y_{6,t-2} + \pi_{11} y_{7,t-1} + \pi_{12} y_{7,t-2} + e_t \quad \dots(2.1.23)$$

حيث إن:

$$y_{1,t} = (1 + L)(1 + L^2)(1 + L^4 + L^8)y_t \quad \dots(2.1.24)$$

$$y_{2,t} = -(1 - L)(1 + L^2)(1 + L^4 + L^8)y_t \quad \dots(2.1.25)$$

$$y_{3,t} = -(1 - L^2)(1 + L^4 + L^8)y_t \quad \dots(2.1.26)$$

$$y_{4,t} = -(1 - L^4)(1 - \sqrt{3}L + L^2)(1 + L^4 + L^8)y_t \quad \dots(2.1.27)$$

$$y_{5,t} = -(1 - L^4)(1 + \sqrt{3}L + L^2)(1 + L^4 + L^8)y_t \quad \dots(2.1.28)$$

$$y_{6,t} = -(1 - L^4)(1 - L^2 + L^4)(1 - L + L^2)y_t \quad \dots(2.1.29)$$

$$y_{7,t} = -(1 - L^4)(1 - L^2 - L^4)(1 - L + L^2)y_t \quad \dots(2.1.30)$$

$$y_{8,t} = (1 - L^{12})y_t \quad \dots(2.1.31)$$

ثم يتم تقدير النموذج باستخدام طريقة المربعات الصغرى مع التركيز على تقديرات π_i ،

حيث يتم استخدام اختبار t -test على الجذور الموسمية $\pi_1 = 0$ و $\pi_2 = 0$ لاختبار فرضية

العدم، أما عندما تكون $i > 2$ فإن جذر الوحدة الموسمي عند تكرار معين يكون موجود فقط عند

أزواج معاملات متصلة، وبالتالي يتبع ذلك اختبار F -test من طرفين لأزواج المعلمات (π_3, π_4)،

$$(\pi_5, \pi_6), (\pi_7, \pi_8), (\pi_9, \pi_{10}), (\pi_{11}, \pi_{12}).$$

وتقارن القيمة المحسوبة لهذا الاختبار مع القيمة الجدولية الخاصة بهذا الاختبار عن طريق

جدول خاص لـ Franses and Hobijn 1997.

وتنص فروض هذا الاختبار عند π_2 وجميع الأزواج المتصلة على الآتي: [104]

$$H_0: \text{(السلسلة غير مستقرة موسمياً) توجد مركبة موسمية.}$$

$$H_1: \text{(السلسلة مستقرة موسمياً) لا توجد مركبة موسمية.}$$

فإذا كانت القيمة المحسوبة أصغر من القيمة الجدولية نقبل الفرضية الصفرية (أي أن السلسلة بحاجة إلى فروق موسمية)، أما إذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة (أي أن السلسلة مستقرة موسمياً وليست بحاجة إلى فروق موسمية).

أما في حالة $\pi_1 = 0$ فإن فرض العدم ينص على عدم وجود جذر وحدة موسمي، وإن قبول هذا الفرض يعني عدم وجود مركبة موسمية، أما قبول فرض العدم لاختبار π_2 وجميع الأزواج المتصلة فإن ذلك يعني أن هناك مركبة موسمية في السلسلة الزمنية ولذلك يجب أخذ الفروق الموسمية.

أي إذا كان $\pi_1 = 0$ فإن السلسلة الزمنية y_t لا يوجد لها جذر موسمي، أما إذا كانت $\pi_i (i = 2, \dots, 12) = 0$ فإن السلسلة الزمنية يوجد لها جذر وحدة موسمي.

2.2 نماذج فضاء الحالة: State Space modeling

2.2.1 مفهوم فضاء الحالة: Concept State Space

شهد موضوع تحليل السلاسل الزمنية باستخدام نماذج فضاء الحالة تطوراً ملحوظاً في العقود الأربعة الأخيرة وذلك لمزاياه التي يتمتع بها، إذ إن المشاهدات التي يتعامل معها نموذج فضاء الحالة تتألف من مركبات مثل الاتجاه، الموسمية، الدورية، المتغيرات التوضيحية (تأثير الانحدار أو التداخل) بالإضافة إلى حد الخطأ، وإن كل منها تتمذج بشكل منفصل وإن نماذج هذه المركبات تتركب معاً لتشكيل نموذج واحد، هو نموذج فضاء الحالة، وتُعد هذه النماذج مفيدة عملياً للنماذج المشتتة على متغيرات كامنة (متغيرات افتراضية) حيث تعطي تفسيراً واضحاً للسلوك الديناميكي للسلاسل الزمنية فضلاً عن إيجاد الحلول لمواجهة المشاكل التي قد تنشأ نتيجة استخدام نماذج بوكس-جينكنز. [21]

ويعتبر تمثيل فضاء الحالة أسلوب رياضي بالغ العمومية يمكن استخدامه في مختلف النظم الديناميكية، ويمكن من خلاله تمثيل العلاقات بين مدخلات (Inputs) ومخرجات (Outputs) النظم الحركية (Dynamical Systems)، وقد تم وضعه من قبل الأمريكيان (Kalman, 1960) و (Kalman and Bucy, 1961)، وتم استخدامه وقتها في المجال الهندسي وخاصة في نظم السيطرة الكهربائية، أما في المجال الإحصائي فقد كان أول من استخدم هذه النماذج هو الياباني (Akaike) في عام 1974م، حيث طبق لأول مرة مفهوم نماذج فضاء الحالة لتحليل نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة (ARMA). [32] [75]

و عرف (Wei, 2005) حالة النظام (*System State*) أو متجه الحالة (*State vector*) بأنها أقل مجموعة معلومات عن الماضي والحاضر يمكن من خلالها وصف السلوك المستقبلي لنظام ما وصفاً كاملاً عند معرفة الحالة في الحاضر ومدخلات المستقبل، حيث يتم دمج كل المعلومات الماضية في متغيرات الحالة الحالية، وهذا يجعلها تخضع للخاصية الماركوفية (*Markovian property*)، والتي تعني أن التوزيع الاحتمالي الشرطي لمتغير الحالة عند الزمن $(t+1)$ معطى لجميع الحالات الماضية يعتمد فقط على حالته عند الزمن t ؛ لذا نجد أن تمثيل فضاء الحالة سمي أيضاً بالتمثيل الماركوفي¹ للنظام. [75]

أما مفهوم فضاء الحالة كما وصفه (Rowell, 2002) فهو نظام حركي يشير إلى تقليل مجموعة المتغيرات المعرفة بـ (متغيرات الحالة) ويصور تماماً النظام ويستجيب لكل مجموعة من المدخلات. [70]

2.2.2 مفهوم نموذج فضاء الحالة: *Concept State Space Model*

تُعد نماذج فضاء الحالة أداة تحليلية هائلة للأنظمة الديناميكية، فبينما تستخدم نماذج الانحدار الخطي المتغيرات الخارجية للتمييز بين الاختلاف المفسر والاختلاف غير المفسر، نجد أن نماذج فضاء الحالة تعتمد على خاصية الديناميكية الموجودة في متغيرات الحالة أو ما يطلق عليها أيضاً المتغيرات الكامنة، والربط بين المتغيرات المشاهدة ومتغيرات الحالة للاستدلال الإحصائي بشأن متغيرات الحالة (المتغيرات الكامنة)، ويمكن الاستفادة من مرشح كالمن في الحصول على تقديرات للمتوسط الشرطي والتباين الشرطي لمتغيرات الحالة. [20]

ويعطي أسلوب فضاء الحالة تفسيراً واضحاً للسلوك الديناميكي للسلاسل الزمنية فضلاً عن إيجاد الحلول لمواجهة المشاكل التي قد تنشأ نتيجة استخدام نماذج السلاسل الزمنية، وتتميز بالسهولة والبساطة بالنسبة إلى العمليات المعقدة، وتستخدم لتقدير الحالات التي لا يمكن ملاحظتها أو قياسها أو السيطرة عليها، فضلاً عن أنها تعمل على تسهيل معالجة القيم المفقودة في السلاسل الزمنية وذلك بواسطة مرشح كالمن. [54]

وتمتلك نماذج فضاء الحالة ميزة تنفرد بها عن غيرها كونها في موازاة المتغيرات المعروفة أو التي يمكن قياسها فإن المتغيرات التي تكون داخل العملية والتي لا يمكن قياسها تدمج أيضاً في النموذج. [31]

¹ يقصد بالتمثيل الماركوفي أن الحالة التي تحدث في زمن ما (أو موقع ما) تعتمد في حدوثها على الحالة في الزمن (أو الموقع) الذي يسبقها مباشرة بغض النظر عما كان في الأزمنة أو (المواقع) السابقة الأخرى.

وتعتبر نماذج فضاء الحالة صيغة عامة لتمثيل النماذج الديناميكية الخطية وغير الخطية سواء أكانت تتغير مع الزمن أم لا تتغير مع الزمن، وعند نمذجة فضاء الحالة فإن مصطلح التقدير يستخدم في مجالين إحصائيين هما: [63]

1. تقدير المعلمات المجهولة لنموذج فضاء الحالة.

2. تقدير الحالات (*states*) عندما تكون القياسات مشوبة بتشويش مضاف.

وقد عرف (Harvey, 2006) نموذج فضاء الحالة بأنه نموذج خطي يربط متجه المشاهدات مع متجه الحالة غير المشاهد، وهذا النموذج يقدم معالجة عامة لأي نموذج سلسلة زمنية بواسطة مرشح وتمهيد كالمن؛ إذ إن هذا النموذج يفترض أن الأخطاء في معادلات الحالة تكون متبادلة بشكل مستقل، وهذه الأخطاء تكون مستقلة بالنسبة لمعادلة المشاهدات (المقياس). [60]

وعرفه أيضاً (Durbin & Koopman, 2001) بأنه نموذج خطي ديناميكي يربط بين المتغيرات المشاهدة ومتغير الحالة، وأن المشاهدات التي يتعامل معها تتألف من مركبات مثل الاتجاه (*Trend*)، الموسمية (*Seasonal*)، والدورية (*Cycle*)، وعناصر الانحدار (*Regression Elements*)، بالإضافة إلى حد الخطأ (*Error terms*)، وإن كل منها تتمزج بشكل منفصل، وأن نماذج هذه المركبات تتركب معاً لتشكيل نموذج واحد يسمى بنموذج فضاء الحالة. [55]

ويعرف كذلك بأنه نموذج ديناميكي خطي يربط بين المتغيرات المشاهدة (الملاحظة) ومتغيرات الحالة. [32]

ويمكن القول أن نموذج فضاء الحالة هو نموذج يربط متجه المشاهدات (Y_t) مع متجه الحالة (X_t) بعلاقة يستدل من خلالها على الخصائص المناسبة للمتوسط والتباين لـ (X_t) بالاعتماد على المشاهدات (Y_t) وذلك باستخدام المعادلات التكرارية لمرشح كالمن.

ويمكن تمثيل الأنظمة الحركية (*Dynamical Systems*) في شكل عام يعرف بشكل فضاء الحالة والذي يضم كل المتغيرات غير المشاهدة الممكنة، حيث يمكن تمثيل معظم نماذج السلاسل الزمنية متضمنة الانحدار التقليدي ونماذج الانحدار الذاتي والمتوسط المتحرك والنماذج المختلطة في شكل عام يعرف بنماذج فضاء الحالة، والذي يضم كل المتغيرات غير المشاهدة الممكنة، وهناك فائدتان من تمثيل النماذج بصيغة فضاء الحالة: [4]

الأولى: أنه يسمح بتضمين المتغيرات غير المشاهدة في النموذج وتقديرها بجانب المتغيرات المشاهدة في النموذج.

الثانية: أنه يمكن تقدير هذه النماذج باستخدام خوارزمية تتابعية تسمى بمرشح كالمن.

وإن دراسة نماذج فضاء الحالة لها أهمية بالغة تتمثل في الآتي: [23]

1. مرونة في استخدام القيم (المشاهدات)، أي أنها تعطي للمقدر مرونة في تركيبه وأهمية في خصائصه (لامتلاكه صفة الخطية وعدم التحيز وأقل تباين).
2. حل مشكلة القيم المفقودة في السلاسل الزمنية.
3. تساعد هذه النماذج عند استخدامها على تقدير المعلمات حينما تكون العينات صغيرة وذلك عن طريق استخدام طريقة مونت كارلو *Monte Carlo* لمحاكاة القيم في تعظيم دالة الإمكان الأعظم.
4. إمكانية توضيح تغير السلسلة الزمنية حول المتوسط، أي توضيح مستوى التغير في السلسلة، وتوضح هذه الميزة أكثر عند وجود مركبات الاتجاه والمكونات الموسمية في السلسلة الزمنية.

2.2.3 المتطلبات الأساسية لنمذجة فضاء الحالة

Basic Requirements for State Space Modeling

هناك أربعة متطلبات أساسية لنمذجة فضاء الحالة وهي: [11] [63]

- (1) عند تشكيل نموذج فضاء الحالة من الضروري وجود ثلاث متغيرات على الأقل وهي:
 - i. المدخلات.
 - ii. المخرجات.
 - iii. متغيرات الحالة.
 وكذلك يجب أن يكون البعد لمتجه فضاء الحالة مساوياً على الأقل لرتبة النظام.
- (2) العلاقة بين المدخلات، والمخرجات، ومتغيرات الحالة من خلال معلمات النظام تكون معرفة وقد لا تكون بأزمنة ثابتة.
- (3) يجب معرفة القيمة الأولية للحالة (x_0) وكذلك قانون التحويل لمتجه الحالة عند الانتقال من فترة زمنية إلى الفترة التي تليها.
- (4) يجب أن تكون الإحصائيات المشتركة (*Joint Statistics*) لجميع المتغيرات معروفة.

2.2.4 فوائد نماذج فضاء الحالة *Advantages of State Space Models*

يمكن إيجاز بعض الفوائد العامة لنموذج فضاء الحالة بالنقاط الآتية: [11] [63]

1- النمذجة الداخلية *Internal Modeling*

مع أن جميع الحالات لا تلاحظ أو يسيطر عليها، إلا أن النموذج يبين أي الحالات يمكن قياسها مباشرة (أو ملاحظتها) وأي منها يمكن السيطرة عليها، لذا فإن نموذج فضاء الحالة يمكن استخدامه

لتقدير الحالات التي لا يمكن ملاحظتها، أي أن نموذج فضاء الحالة يستخدم لتقدير الحالات التي لا يمكن ملاحظتها أو قياسها أو السيطرة عليها.

2- بساطة التعبير *Simplification of Expression*

يمكن التعبير عن نموذج فضاء الحالة ببساطة بالنسبة للعمليات المعقدة كما في حالة نموذج المعادلة الفرقية من الرتبة n الذي يمكن تمثيله بمعادلة فرقية من الرتبة n على شكل فضاء الحالة، أي أنها تتمتع بالسهولة والبساطة بالنسبة إلى العمليات المعقدة وتسهيل معالجة القيم المفقودة في السلاسل الزمنية.

3- مرونة النمذجة *Flexibility of Modeling*

في حين أن متغيرات الحالة ليست وحيدة (*Unique*) لنفس نموذج المدخلات والمخرجات؛ فمن الممكن القيام بتمثيلات مختلفة في نماذج فضاء الحالة.

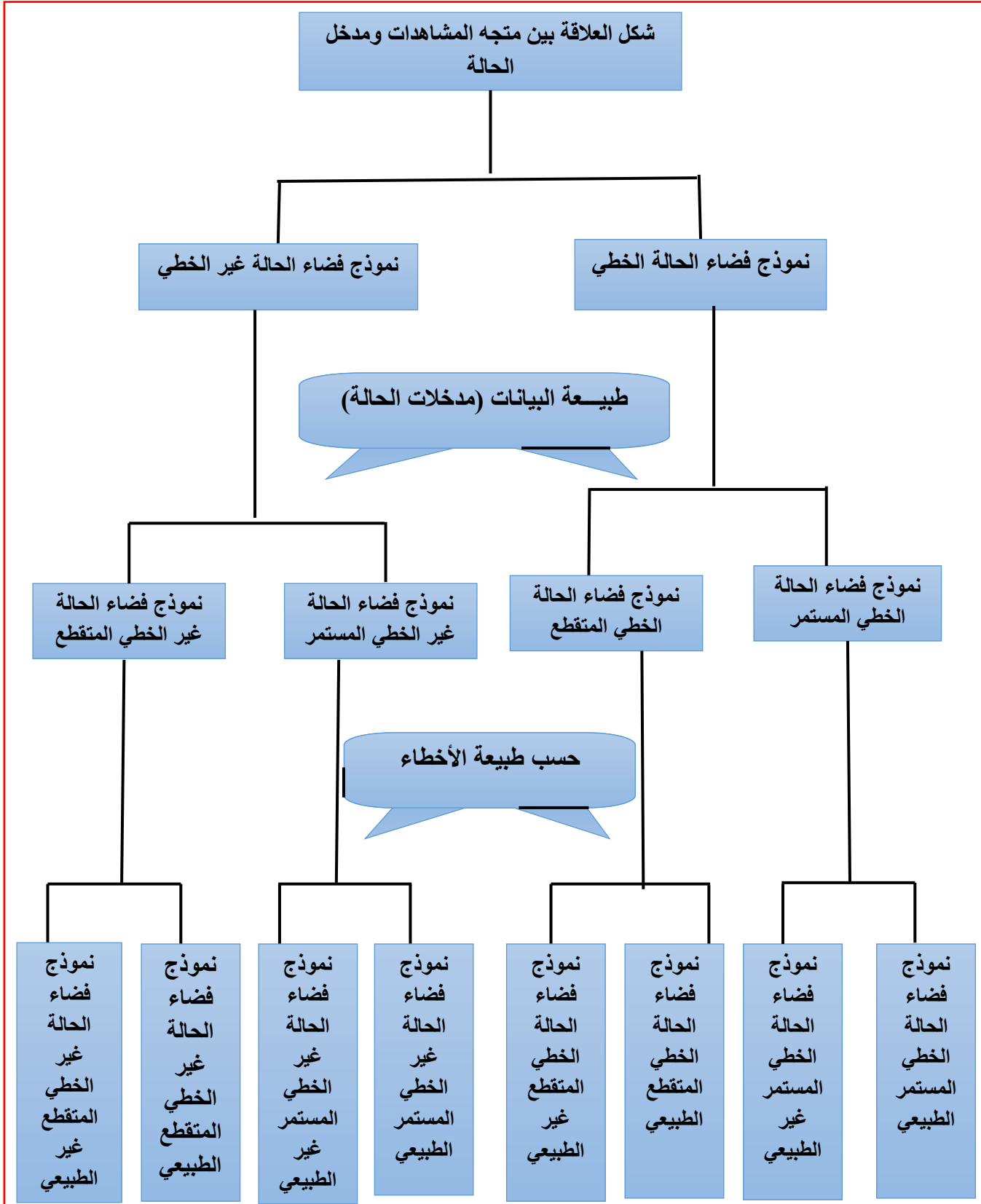
4- حالة المتغيرات المتعددة *Multivariable Case*

إن الصيغة التركيبية لنماذج فضاء الحالة باعتمادها على مدخلات ومخرجات متعددة لها أهمية خاصة من حيث عموميتها فضلاً عن توفيرها للوقت عند الحساب.

2.2.5 أصناف نماذج فضاء الحالة: *The Classes of State Spaces models*

يمكن تصنيف نماذج فضاء الحالة على حسب العلاقة بين متغيرات الحالة، ومتجه المشاهدات (خطي، غير خطي)، وطبيعة متغيرات الحالة (متقطع، مستمر)، وتوزيع الأخطاء (طبيعي، غير طبيعي) كما في المخطط (2.2): [29]

شكل (2.2) أصناف نماذج فضاء الحالة



وفي هذا الكتاب سوف نتناول نموذج فضاء الحالة الخطي الطبيعي كما يلي:

2.2.6 نموذج فضاء الحالة الخطي: *Liner State Space Modeling*

تُعد نماذج فضاء الحالة إحدى طرائق تحليل السلاسل الزمنية التي تتناول سلوك الظواهر بدراسة تطورها التاريخي عبر فترات زمنية قد تكون يومية، أسبوعية، شهرية، سنوية لأغراض التنبؤ بما سيحدث في مستقبل هذه الظواهر بأقل خطأ ممكن. [20]

وتقدم نماذج فضاء الحالة منهجية موحدة لمعالجة مجموعة واسعة من المشاكل في تحليل السلاسل الزمنية، حيث تفترض هذه المنهجية أن التطور مع مرور الوقت في النظام قيد الدراسة يتم تحديده من قبل سلسلة غير مشاهدة من المتجهات (X_1, \dots, X_t) ، والتي ترتبط بسلسلة المشاهدات (Y_1, \dots, Y_t) ، ويتم تحديد العلاقة بين X_t و Y_t عن طريق نموذج فضاء الحالة، والغرض الرئيسي من تحليل فضاء الحالة هو استنتاج الخصائص ذات الصلة (المتوسط والتباين) لـ (X_t) بالاعتماد على المشاهدات (Y_1, \dots, Y_t) ، والغرض الآخر هو التنبؤ واستنتاج الإشارات وتقدير المعلمات. [54]

ويقترض أن الحالة تلخص جميع المعلومات الضرورية من الماضي للتنبؤ بالمستقبل، فإذا فرضنا أن لدينا السلسلة الزمنية $(Y_t, t = 1, 2, \dots, n)$ ، فإن نموذج فضاء الحالة الخطي الطبيعي والذي يسمى أيضاً بالنموذج الحركي الخطي والذي تم وضعه من قبل (Kalman, 1960) يتكون من معادلتين: معادلة المشاهدات (القياس)، ومعادلة انتقالية (الحالة)، والصيغة العامة للنموذج هي:

[45] [52]

$$Y_t = Z_t X_t + e_t \quad e_t \sim \text{WN}(0, H_t) \quad \dots(2.2.1)$$

$$X_{t+1} = T_t X_t + R_t \eta_t \quad \eta_t \sim \text{WN}(0, Q_t) \quad \dots(2.2.2)$$

$$t = 1, 2, \dots, T$$

تسمى المعادلة الأولى (2.2.1) بمعادلة المشاهدات (*Observed equation*) أو معادلة القياس (*Measurement equation*)، حيث تصف متجه المخرجات، وتقيس العلاقة بين المتغيرات المشاهدة والمتغيرات غير المشاهدة، وتعبر عن النظام الديناميكي مع مرور الوقت، حيث يصف $Z_t X_t$ تأثير الماضي على Y_t .

أما المعادلة الثانية (2.2.2) فتسمى بمعادلة الحالة (*State equation*) أو معادلة النظام (*System equation*) أو المعادلة الانتقالية (*Transition equation*)، حيث تصف متجه المدخلات، وتوضح تطور متغيرات الحالة مع الزمن أي تطور متجه متغيرات الحالة عند الزمن

$(t + 1)$ والذي يرمز له بالرمز X_{t+1} بدلالة X_t ، أي أنها تصف العلاقة بين مجموعة متغيرات الحالة ومتجه مدخلات الحالة، ويصف التعبير $T_t X_t$ تأثير الماضي على الحالة الحالية X_{t+1} ، أما $R_t \eta_t$ يصف التغيرات غير المتوقعة في X_{t+1} .

ونجد أن المعادلة الأولى تمتلك تركيبة الانحدار الخطي العام عندما يتغير متجه المعاملات X_t عبر الزمن، في حين المعادلة الثانية تمثل نموذج متجه الانحدار الذاتي من الدرجة الأولى $VAR(1)$.

والفكرة في النموذج هي أن تطور النظام مع مرور الوقت يتم تجديده من قبل X_t وفقاً للمعادلة (2.2.2)، ولكن بسبب عدم مشاهدتها مباشرة فيجب أن نضع التحليل على المشاهدات Y_t ، حيث إن:

$$Z_t, T_t, R_t : \text{مصفوفات انتقالية أبعادها } (n \times m), (m \times m), (m \times r).$$

Y_t : يمثل متجه مشاهدات المشاهدات (*observation vector*) عند الزمن t ، وهي السلسلة الزمنية للمشاهدات من الدرجة $(n \times 1)$.

X_t : يمثل متجه الحالة (*State Vector*) الذي يحوي متغيرات الحالة للفترة الزمنية t من الدرجة $(n \times 1)$.

$$X_{t+1} : \text{يمثل متجه الحالة (State Vector) للفترة الزمنية } (t + 1) \text{ من الدرجة } (m \times 1).$$

e_t : خطأ المشاهدة، وهو الخطأ العشوائي لمعادلة المشاهدة من الدرجة $n \times 1$ ويتوزع توزيعاً طبيعياً بوسط حسابي (0) ومصفوفة تغاير H_t أبعادها $(p \times p)$ أي $e_t \sim WN(0, H_t)$.

η_t : خطأ الحالة أو خطأ النظام، وهو الخطأ العشوائي لمعادلة الحالة من الدرجة $n \times 1$ ويتوزع توزيعاً طبيعياً بوسط حسابي (0) ومصفوفة تغاير Q_t أبعادها $(r \times r)$ أي $\eta_t \sim WN(0, Q_t)$.

ويفترض في متجهات الأخطاء العشوائية (e_t, η_t) أنها مستقلة، وتبايناتها، وتغايراتها كما يلي:

$$\text{var}(e_t) = H_t ; \text{var}(\eta_t) = Q ; \text{cov}(e_t, \eta_t) = E(e_t, \eta_t) = 0$$

وأن المصفوفات (Z_t, T_t, R_t) هي مصفوفات معلومات يمكن أن تكون معلومة أو مقدر، وتحدد درجتها وعناصرها من خلال شكل النموذج المراد صياغته بشكل فضاء الحالة، فإذا علمنا المشاهدات (X, Y) في الفترة $t = 1, 2, \dots, T$ ، فإن الهدف يكون تقدير المعلمات

$(Z_t, T_t, R_t, H_t, Q_t)$ وعمل استنتاجات عن متجه المتغيرات غير المشاهدة عن طريق مرشح كالمن؛ حيث تعمل خوارزمية كالمن التتابعية على تجديد معلومات متجه فضاء المتغيرات غير المشاهدة السابقة، وبدقة أكثر فإن هذه الخوارزمية تعمل على تقدير مربعات صغرى خطية لمتجه المتغيرات غير المشاهدة بمعلومية البيانات المشاهدة حتى الزمن t . [4]

2.3 طريقة بوكس-جينكنز لبناء نماذج السلاسل الزمنية

Box-Jenkins Method for building Time Series Models

في سنة (1970) توصل العالمان (*Box & Jenkins*) إلى منهجية عملية في تحليل السلاسل الزمنية والتنبؤ والسيطرة، والتي أُطلق عليها منهجية بوكس-جينكنز (*Box-Jenkins*)، وتستند إلى فئة من العمليات العشوائية الخطية تسمى نماذج (*ARIMA*).

حيث يعتبر أسلوب بوكس-جينكنز واحداً من أكثر الأساليب شيوعاً واستخداماً في تحليل السلاسل الزمنية والتنبؤ بها، وتعود هذه الشهرة إلى عمومية هذا الأسلوب؛ حيث يمكن استخدامه سواءً كانت السلاسل الزمنية مستقرة *Stationary* أو غير مستقرة *Non Stationary* وسواءً تضمنت السلسلة الزمنية مركبة موسمية *Seasonal Component* أو لم تتضمن، وعلى الرغم أن نماذج *ARMA* لا تعود إلى بوكس وجينكنز، إلا أنهما منحا هذه النماذج من التغطية والتفصيل، لدرجة أن نماذج *ARMA* كثيراً ما يشار إليها على أنها نماذج بوكس-جينكنز. [3]

والهدف الأساسي من تحليل السلاسل باستخدام هذه النماذج (*Box-Jenkins*) هو إنشاء نموذج للحصول على وصف دقيق للعملية التي تتولد منها السلسلة الزمنية لشرح وتفسير سلوك الظاهرة محل الدراسة، بهدف التنبؤ بسلوكها مستقبلاً اعتماداً على تحليل سلوكها في الفترات الزمنية السابقة، حيث تعتمد هذه المنهجية على دراسة الطبيعة العشوائية للسلسلة الزمنية المشاهدة بدلاً من الاهتمام بتوفيق دالة رياضية للبيانات المشاهدة، وتقوم فكرة هذه المنهجية على تجزئي السلسلة الزمنية إلى ثلاثة عناصر أو مكونات يطلق عليها اسم المرشحات الخطية وهي: [8]

- الانحدار الذاتي (*Auto Regressive (AR)*)

- التكامل (الفروق) (*Integrated*)

- المتوسط المتحرك (*Moving Average (MA)*)

وتحدد نماذج *ARIMA* ثلاث قيم وهي: درجة الانحدار الذاتي (p)، درجة المتوسط المتحرك

(q) ودرجة التكامل (d)، وتعتمد هذه المنهجية على الدمج بين نماذج الانحدار الذاتي (*AR*)

والمتوسطات المتحركة (*MA*)

وتتكون هذه المنهجية من أربع مراحل رئيسية الغرض منها بناء نموذج ملائم لتوصيف بيانات السلسلة الزمنية العشوائية موضع الدراسة، وذلك للوصول إلى تنبؤات جيدة للقيم المستقبلية للظاهرة موضع الدراسة، وقبل استعراض مراحل تحليل السلاسل الزمنية وفق هذه المنهجية لابد لنا من معرفة النماذج المستخدمة في منهجية *Box-Jenkins* وهي كالتالي:

2.3.1 نماذج الانحدار الذاتي (*Autoregressive Models (AR)*)

يعتبر العالم *Yule* أول من درس نموذج الانحدار الذاتي وقدمه في عام (1926)، ثم استكمل *Walker* تلك الدراسة في عام (1931)، وطبقاً لهذه الطريقة فإن المشاهدة الحالية (Y_t) تعتمد على قيمة نفس المتغير في الفترات السابقة، أي اعتبار أن المشاهدات الحالية للسلسلة الزمنية (Y_t) هي دالة خطية في المشاهدات السابقة بالإضافة إلى الخطأ العشوائي، حيث يصف هذا النموذج العلاقة بين المشاهدات السابقة والحالية؛ لذا يطلق على هذا النموذج اسم نموذج الانحدار الذاتي، ويرمز لهذا النموذج اختصاراً بالرمز $AR(P)$ ، حيث إن P هي فترات التباطؤ، فإذا كانت $(P=1)$ ؛ فيطلق على النموذج نموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الأولى، والصيغة العامة لنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة P هي: [8] [73]

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t \quad \dots(2.3.1)$$

حيث إن:

Y_t : قيمة المشاهدة في الفترة الحالية t .

e_t : حد الخطأ العشوائي في الفترة الحالية t ويتبع التوزيع الطبيعي $(\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2))$.

$Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-p}$: قيم المتغيرات في الفترات السابقة.

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$: تمثل معاملات نموذج $AR(P)$ المطلوب تقديرها.

ويمكن كتابة النموذج $AR(P)$ بالشكل التالي:

$$\phi(B)Y_t = \varepsilon_t, \quad t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots(2.3.2)$$

حيث إن مؤثر الانحدار الذاتي $\phi(B)$ يساوي: $1 - \phi_1 B - \phi_1 B^2 - \dots - \phi_p B^p$

2.3.2 نماذج المتوسطات المتحركة (MA) Moving Average Models

قام بوضع الصيغة العامة لنموذج المتوسطات المتحركة $MA(q)$ العالم *Stutsky* في عام (1937)، ويقال للنموذج أنه نموذج متوسط متحرك من الرتبة (q) إذا أمكن التعبير عن المشاهدة الحالية (Y_t) كدالة في الخطأ العشوائي الحالي (ε_t) والأخطاء العشوائية السابقة، أي أن يأخذ نموذج المتوسط المتحرك في حسابه قيمة الخطأ (ε_t) أو المتبقي والقيم الماضية للخطأ $e_{t-1}, e_{t-2}, \dots, e_{t-q}$ وليس قيم المتغير نفسه، ويمكن صياغة نموذج المتوسطات المتحركة من الرتبة (q) كما يلي: [73]

$$Y_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q}, \quad t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots(2.3.3)$$

حيث:

Y_t : قيمة المشاهدة في الفترة الحالية t .

e_t : حد الخطأ العشوائي في الفترة الحالية t ويتبع التوزيع الطبيعي $(\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2))$.

$e_{t-1}, e_{t-2}, \dots, e_{t-q}$: متوسطات متحركة لقيم الخطأ العشوائي في الفترات السابقة.

$\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_q$: معالم النموذج $MA(q)$ المطلوب تقديرها.

$Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-p}$: قيم المتغيرات في الفترات السابقة.

ويمكن كتابة النموذج $MA(q)$ بصورة أخرى كما يلي:

$$Y_t = \theta(B)e_t, \quad t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots(2.3.4)$$

حيث أن مؤثر المتوسطات المتحركة $\theta(B)$ ويساوي $1 - \theta_1 B - \theta_1 B^2 - \dots - \theta_q B^q$

2.3.3 نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة

Autoregressive Moving Average Models (ARMA)

في عام (1954) وضعت الأسس النظرية لجمع النموذجين الانحدار الذاتي (AR) ونموذج المتوسطات المتحركة (MA) من قبل العالم *Wold* في نموذج واحد سمي بالنموذج المختلط (الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة) (ARMA). [16]

وتمثل هذه النماذج خليطاً من نماذج الانحدار الذاتي ونماذج المتوسطات المتحركة، ويرمز لها بالرمز $ARMA(p, q)$ حيث تشير (p) إلى رتبة نموذج $AR(p)$ وتشير (q) إلى رتبة نموذج $MA(q)$ ، والصيغة العامة لهذا النموذج هي: [8]

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad \dots(2.3.5)$$

حيث إن:

e_t : حد الخطأ العشوائي في الفترة الحالية t ويتبع التوزيع الطبيعي $(0, \sigma^2)$ $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$.

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$: معاملات نموذج $AR(P)$ المطلوب تقديرها.

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$: معالم النموذج $MA(q)$ المطلوب تقديرها.

$Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-p}$: قيم المتغيرات في الفترات السابقة.

$e_{t-1}, e_{t-2}, \dots, e_{t-q}$: متوسطات متحركة لقيم الخطأ العشوائي في الفترات السابقة.

ويمكن القول إن نموذج $ARMA$ يعني أن السلسلة الزمنية Y_t تنحدر من مجموعتين من المتغيرات التفسيرية وهي مجموعة الانحدار الذاتي $(Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-p})$ ومجموعة المتوسطات

المتحركة $e_{t-1}, e_{t-2}, \dots, e_{t-q}$

ويمكن كتابة النموذج $ARMA(p, q)$ بصورة أخرى كما يلي:

$$\phi(B)Y_t = \theta(B)e_t, \quad t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots(2.3.6)$$

2.3.4 نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المتكاملة (ARIMA) Autoregressive Integrated-Moving Average Models

قد تكون بعض السلاسل الزمنية بطبيعتها غير مستقرة ولكنها تستقر بعد معالجتها لكي تصبح مستقرة، وذلك بعد إجراء التحويلات أو أخذ الفروق بين قيم السلسلة الأصلية، ولذا فإن النموذج الذي يعبر عن هذه السلسلة بعد المعالجة سوف يختلف عن النموذج الأصلي للسلسلة، وبعبارة أخرى إذا كانت السلسلة الزمنية غير مستقرة فيقال عليها أنها متكاملة من الدرجة $I(d)$ ومن ثم فإن نموذج الانحدار الذاتي والمتوسط المتحرك المتكامل $ARIMA(p, d, q)$ يكون لديه ثلاث رتب: رتبة الانحدار الذاتي p ، ورتبة التكامل d ، ورتبة المتوسط المتحرك q ، فإذا كان النموذج $ARIMA(1,1,1)$ ؛ فهذا يعني أنه نموذج انحدار ذاتي من الدرجة الأولى ومتكامل من الدرجة الأولى ونموذج متوسط متحرك من الدرجة الأولى أيضاً، وأن الصيغة العامة لهذا النموذج هي:

[8] [1]

$$Y_t = e_t + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_{p+d} Y_{t-p-d} - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad \dots(2.3.7)$$

حيث إن:

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$: معاملات نموذج $AR(P)$ المطلوب تقديرها.

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$: معالم النموذج $MA(q)$ المطلوب تقديرها.

قيم المتغيرات في الفترات السابقة: $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-p}$.

متوسطات متحركة لقيم الخطأ العشوائي في الفترات السابقة: $e_{t-1}, e_{t-2}, \dots, e_{t-q}$.

ويمكن كتابة النموذج بالصيغة التالية:

$$\phi(B)\nabla^d Y_t = \theta(B)e_t \quad \dots(2.3.8)$$

حيث إن:

$\phi(B)$: تمثل مؤثر الانحدار الذاتي وتساوي $1 - \phi_1 B - \phi_1 B^2 - \dots - \phi_p B^p$

$\theta(B)$: تمثل مؤثر المتوسطات المتحركة وتساوي $1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$

∇^d : مؤثر التسكين ويساوي $(1 - B)^d$

2.3.5 مراحل منهجية بوكس-جينكنز *Steps Methodology Box-Jenkins*

لاختيار النموذج المناسب من نماذج $ARIMA(p, d, q)$ للسلسلة الزمنية موضع الدراسة وفق منهجية بوكس-جينكنز، فإن ذلك يتم عبر مجموعة من الخطوات المهمة والضرورية، تم وضعها في أربع مراحل أساسية، وكل مرحلة تتضمن عدة خطوات كما يلي:

المرحلة الأولى: مرحلة التعرف *Identification*

يُقصد بها التعرف على النموذج المبدئي الملائم لبيانات السلسلة الزمنية، عن طريق تحديد

رتب النموذج الثلاث (p, d, q) ، وفي هذه المرحلة يتم إجراء عدة خطوات، وهي: [8]

1- إعداد البيانات إعداداً جيداً من حيث فحص مدى استقرار تباين ومتوسط البيانات، وذلك عن طريق الرسم البياني ودراسة الارتباط الذاتي (ACF) والارتباط الذاتي الجزئي (PACF) للبيانات الأصلية، فإذا كان شكل الارتباط الذاتي يقع داخل حدود فترة الثقة (95%) فهذا يعني أن المعامل لا يختلف جوهرياً عن الصفر، أي أن السلسلة الزمنية مستقرة ومنتقل إلى تحديد رتب (p, q) ، أما إذا كان شكل الارتباط الذاتي يقع خارج حدود فترة الثقة (95%) فهذا يعني أن المعامل يختلف جوهرياً عن الصفر، أي أن السلسلة الزمنية غير مستقرة؛ ولذا يجب العمل على تسكينها.

2- استخدام التحويلات الرياضية الملائمة لتسكين التباين مثل التحويل اللوغاريتمي أو تحويلات الجذور التربيعية وغيرها، ثم فحص استقرار السلسلة من حيث المتوسط، وفي حالة عدم استقرار السلسلة في المتوسط فإنه يتم استخدام الفروق (d) من الرتبة الأولى أو الثانية لتسكين الوسط الحسابي والسلسلة بشكل عام.

3- بعد الحصول على الاستقرارية يتم دراسة دالة الارتباط الذاتي (ACF) ودالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) للسلسلة المستقرة وذلك لتحديد النماذج المبدئية.

وباستخدام دالتي الارتباط الذاتي ACF والارتباط الذاتي الجزئي PACF يمكن تحديد درجة النموذج، ففي نموذج الانحدار الذاتي AR، فإن قيم دالة الارتباط الذاتي ACF تتضاءل بالتدرج نحو قيمة الصفر في حين تقطع دالة الارتباط الذاتي الجزئي PACF بعد الفجوة p والذي يمثل درجة نموذج الانحدار الذاتي $AR(p)$ ، أما نموذج المتوسطات المتحركة MA فإن قيم دالة الارتباط الذاتي ACF تقطع بعد الدرجة q والتي تمثل درجة النموذج $MA(q)$ في حين تتضاءل قيم دالة الارتباط الذاتي الجزئي PACF نحو الصفر، أما إذا تضاءلت دالتي الارتباط الذاتي ACF والارتباط الذاتي الجزئي PACF كلاهما نحو الصفر فهذا يعني أن النموذج هو نموذج مختلط بين الانحدار الذاتي والأوساط المتحركة $ARMA(p, q)$ ، ويلخص الجدول (2.1) أهم النتائج المتعلقة باختيار قيمتي (p, q) عن طريق خصائص دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي: [3]

جدول (2.1)

خصائص دالة الارتباط الذاتي (ACF) ودالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF)

دالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF)	دالة الارتباط الذاتي (ACF)	نماذج السلاسل الزمنية المستقرة
يحدث لها بتر (<i>cuts off</i>) أي تنقطع فجأة بعد الفجوة الزمنية (p)	تتناقص بصورة أسية أو تتناقص بصورة موجبة جيبيه	نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة p $AR(p)$
تتناقص بصورة أسية أو تتناقص بصورة موجبة جيبيه.	يحدث لها بتر (<i>cuts off</i>)، أي تنقطع فجأة بعد الفجوة الزمنية (q)	نموذج المتوسطات المتحركة من الدرجة q $MA(q)$
تتناقص بعد ($p-q$) من فترات الإبطاء، أي تتلاشى تدريجياً بعد أول ($p-q$) من الفجوات الزمنية في شكل أسّي أو موجات دالة الجيب	تتناقص بعد ($q-p$) من فترات الإبطاء، أي تتلاشى تدريجياً بعد أول ($q-p$) من الفجوات الزمنية في شكل أسّي أو موجات دالة الجيب	نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة $ARMA(p,q)$

الجدير بالذكر أن هذه المرحلة تعتمد بصفة أساسية على الأسس النظرية، والعملية، ومهارات الباحث، وخبرته، وحكمه الشخصي بدرجة كبيرة، ومع ذلك يمكن الاستمرار وتعديل وتغيير النموذج الذي اختاره في البداية إذا تبين عدم ملاءمته.

المرحلة الثانية: تقدير النموذج *Model Estimation*

إن نماذج السلاسل الزمنية الخطية هي نماذج بصفة عامة غير خطية في المعالم، وبالنتيجة فإن مرحلة التقدير للمعالم تصبح مرحلة صعبة، فبعد إتمام التعرف على النموذج أو مجموعة النماذج التي تلائم بيانات السلسلة قيد الدراسة نقوم بتقدير معالم النموذج باستخدام إحدى الطرق الآتية:

[1] [26]

1. طريقة العزوم أو طريقة يول-ولكر *Moments or Yule – Walker Method*: حيث

تعتمد هذه الطريقة على الارتباط الذاتي للنموذج

2. طريقة الإمكان الأعظم *Maximum Likelihood Method (ML)*: وتعتمد هذه

الطريقة على تعظيم الدالة لجعل مجموع مربعات الأخطاء أقل ما يمكن، وبالتفاضل

الجزئي للمعلمات يتم الحصول على التقديرات، وبالتالي فإن دالة الإمكان الأعظم

اللوغاريتمية الشرطية تصاغ كالآتي:

$$\ln L_*(\phi, M, \theta, \sigma_a) = \frac{n}{2} \ln 2\pi\sigma_a^2 - \frac{S_*(\phi, M, \theta)}{2\sigma_a^2} \quad \dots(2.3.9)$$

وتحت فرض أن الأخطاء تتبع توزيع طبيعي فإن تقدير الإمكان الأعظم سيكون هو نفسه تقدير

المربعات الصغرى.

3. طريقة المربعات الصغرى غير الخطية *Non-Linear Least Square Method*:

تستخدم هذه الطريقة عادة في نماذج $ARMA(p,q)$ ، والفكرة العامة وراء تقديرات

المربعات الصغرى غير الخطية هي البحث في نطاق المعالم عن قيم هذه المعالم والتي

تجعل مجموع مربعات الأخطاء أقل ما يمكن، أي جعل المقدار التالي أقل ما يمكن:

$$S_*(\phi, M, \theta) = \sum_{t=1}^t e_t^2 \quad \dots(2.3.10)$$

وبالتفاضل الجزئي بالنسبة للمعلمات ومساواتها بالصفر يتم الحصول على تقديرات

المعلمات.

4. طريقة المربعات الصغرى الخطية *Linear Least Square Method*:

تقوم هذه الطريقة على مبدأ تقليص مجموع مربعات الخطأ وجعله في نهايته العظمي.

المرحلة الثالثة: مرحلة الفحوصات التشخيصية: *Diagnostic Checking*

بمجرد التعرف على النموذج (أو النماذج) المبدئي الملائم وتقدير معالمه يجب فحص ملاءمة فروض هذا النموذج النظرية لبيانات السلسلة الزمنية المرصودة، وذلك بغرض تحسينه، أو تطويره، أو الإبقاء عليه كما هو إذا كانت الفروض النظرية ملاءمة. [9]

ولابد من إجراء عملية تشخيص واختبار للنموذج المحدد لمعرفة توفر الشروط الخاصة به، وتحديد الشروط التي تتعلق بالأخطاء العشوائية (تحليل البواقي)، فإذا كان النموذج يمثل فعلاً عملية *ARIMA* فإن أخطاء النموذج يجب أن تكون عشوائية بمتوسط حسابي صفر وتباين ثابت، وغير مرتبطة زمنياً، ويتم اختبار أخطاء النموذج بإيجاد حدود الثقة لمعاملات الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي حيث إن: [8]

$$pr\left\{-\frac{1.96}{\sqrt{n}} \leq \rho_k(\hat{\varepsilon}) \leq \frac{1.96}{\sqrt{n}}\right\} = 0.95 \quad \dots(2.3.11)$$

أي باحتمال 95% لمعاملات الارتباط الذاتي يجب أن يقع في هذا المجال، مما يدل على أن الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للأخطاء غير معنوي، أي أنه إذا كانت معاملات الارتباط الذاتي واقعة ضمن حدود فترات الثقة باحتمال 95%، فهذا يعني أن سلسلة الأخطاء (البواقي) عشوائية ومن ثم فإن النموذج جيد وملائم.

وينبغي الإشارة هنا إلى وجود عدد من الإحصاءات المخصصة لاختبار معنوية معاملات الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي، منها: اختبار *Box-Pierce* واختبار *Ljung-Box*، ويتبعان توزيع x^2 ويتخذان الصيغ التالية على التوالي:

$$Q = n \sum_{k=1}^k \rho_{\hat{\varepsilon}}^2(k) \quad \dots(2.3.12)$$

$$Q^* = n(n+2) \sum_{j=1}^k \frac{\rho_{\hat{\varepsilon}}^2(k)}{n-k} \quad \dots(2.3.13)$$

حيث إن:

n : عدد المشاهدات.

K : عدد الفجوات.

ρ : معامل الارتباط الذاتي للرتبة k .

وتحت الفرضيات التالية:

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k \text{ سلسلة البواقي غير مرتبطة.}$$

$$H_1 : \rho_i \neq 0, \quad 1 \leq i \leq k \text{ سلسلة البواقي مرتبطة.}$$

وكلا الاختبارين السابقين Q و Q^* يتبعان بصورة تقريبية توزيع x^2 بدرجات حرية $(K-P-q)$ ، ويتم مقارنة قيمة إحصائية (LB) مع قيمة x^2 ، فإذا كانت قيمة Q و Q^* المحسوبة أقل من قيمة x^2 الجدولية، فإن ذلك يشير إلى أن سلسلة البواقي هي سلسلة عشوائية مستقلة، وتجدر الإشارة إلى أن إحصائية $Box-Pierce$ غالباً ما تستخدم في حالة العينات الكبيرة، أما إحصائية $Liung - Box$ تعطي نتائج أفضل خاصة في حالة العينات الصغيرة فضلاً عن أنها تصلح للعينات الكبيرة أيضاً. ويتم أيضاً اختبار معنوية المعالم المقدرة والمعنوية الكلية للنموذج والتي لا بد أن تكون ذات معنوية إحصائية، أي تختلف عن الصفر معنوياً، ويستخدم لذلك اختبار ستودنت (t) للمعالم واختبار فيشر $Fisher$ لاختبار معنوية النموذج ككل، فإذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية عند مستوى معنوية a نقبل الفرض البديل أي أنها تختلف معنوياً عن الصفر. إن النماذج المقبولة إحصائياً والتي تجتاز كل الاختبارات السابقة بنجاح، تتم المفاضلة بينها واختيار النموذج الأفضل وفقاً لمجموعة من المعايير والتي تعتبر كذلك من معايير اختيار رتبة النموذج، وكذا اختيار النموذج الأفضل من بين مجموعة النماذج، وهي:

1. معيار معلومات اكيك ($Akaike Information Criteria$)

عرف هذا المعيار من قبل $Akaike$ في عام 1973م ويرمز له اختصاراً (AIC) ، حيث قدم من خلاله معلومات لاختيار الرتبة الملائمة لنموذج $ARIMA$ من بين عدة نماذج، بحيث تقابل الرتبة المناسبة أقل قيمة لمعيار (AIC) ، وتمثل الرتبة الأكثر ملاءمة، وهذا المعيار يساوي ضعف عدد معالم مطروحاً منه ضعف دالة الإمكان الأعظم للمشاهدات، ويعبر عنه بالشكل التالي:

[76]

$$AIC = -2\log(L) + 2k \quad \dots(2.3.14)$$

حيث إن:

 L : تمثل الإمكان الأعظم. k : عدد المعالم المقدرة.

وباستخدام معيار معلومات اكيك (AIC) فإن النموذج الأفضل هو الذي يكون تباينه ضعيف ويقل تباينه بزيادة عدد المعالم المقدرة ومجموع مربعات البواقي، وبعبارة أكثر وضوحاً يكون النموذج الأفضل هو الذي يحوي أقل قيمة للمعيار (AIC) . [34]

2. معيار معلومات بيز (شوارز) *Bayesian Information Criteria (BIC)*

اقترح شوارز (*Shwarz*) معياراً مشابهاً لمعيار (AIC) رغبةً في تحقيق خصائص تقاربية سمي بمعيار معلومات بيز (BIC)، وصيغته كما يلي: [76]

$$BIC = \log \sigma^2 + \frac{k \log(n)}{n} \quad \dots(2.3.15)$$

ويكون النموذج الأفضل الذي يحقق أقل قيمة لهذا المعيار *BIC*.

المرحلة الرابعة: مرحلة التنبؤ *Forecasting*

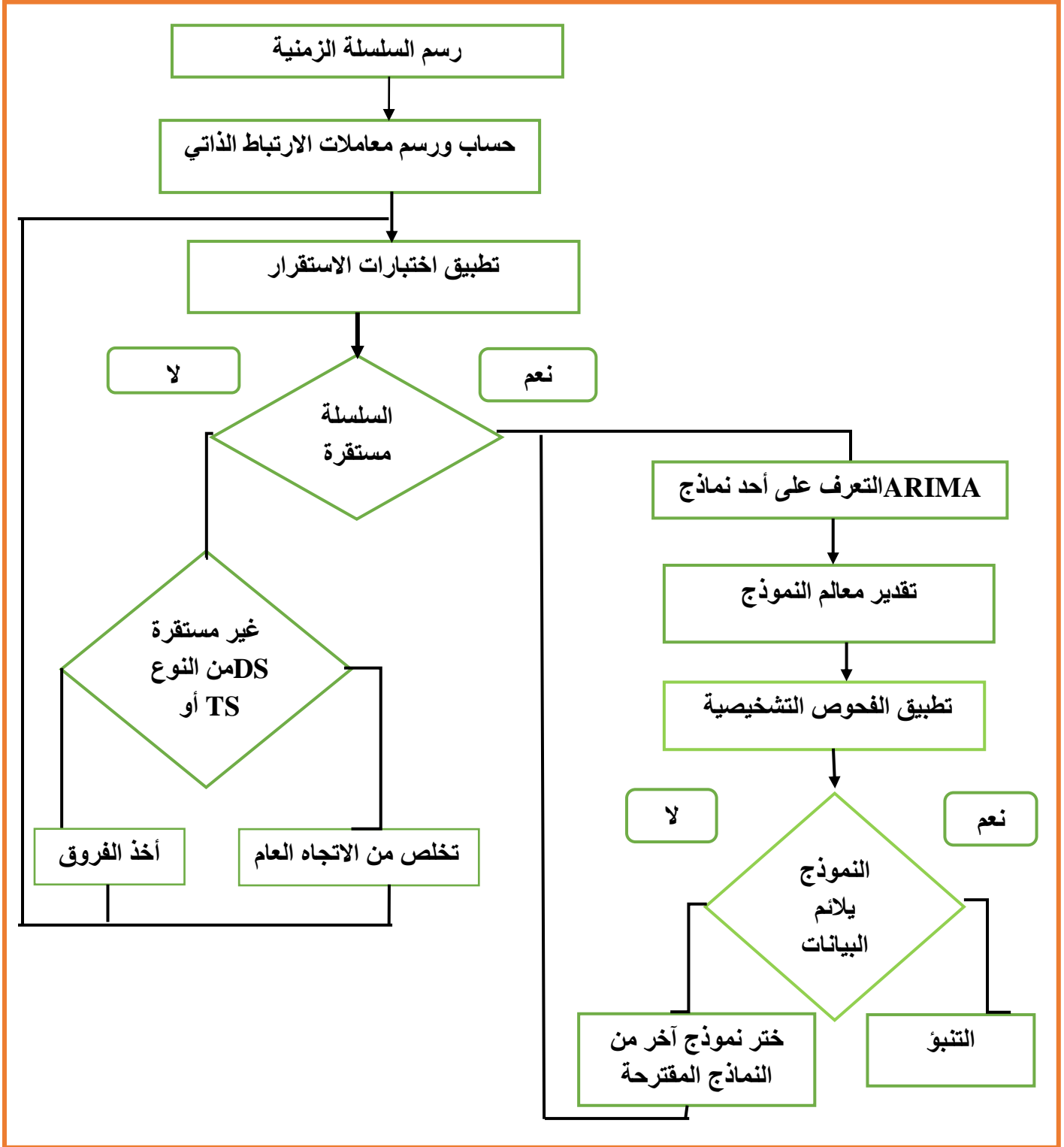
بمجرد اجتياز النموذج للفحوصات التشخيصية في المرحلة الثالثة، يمكن استخدامه في التنبؤ بمشاهدات السلسلة في المستقبل، أي أن هذه المرحلة يتم فيها إيجاد القيم المستقبلية للسلسلة الزمنية باستخدام النموذج الملائم والذي تم الحصول عليه في المراحل السابقة، والتنبؤ الجيد هو ذلك التقدير الذي يكون الخطأ الناتج عنه صغيراً جداً وتباينه أقل ما يمكن.

ويمكن تلخيص أسلوب بوكس-جينكنز في الخطوات الأساسية التالية: [3]

1. تحويل البيانات (إذا لزم الأمر) بحيث يتحقق فرض الاستقرار بالوسط والتباين.
2. التعرف على النموذج التجريبي من بين نماذج $ARIMA(p, d, q)$.
3. تقدير معالم النموذج التجريبي الذي تم التعرف عليه في الخطوة الثانية.
4. إجراء الفحوص التشخيصية *Diagnostic Checking* للتحقق من ملاءمة ومطابقة النموذج التجريبي لخصائص بيانات السلسلة الزمنية المشاهدة (إذا وجد النموذج غير ملائم نعود مرة أخرى إلى الخطوة الثانية (التعرف)).
5. استخدام النموذج التجريبي في التنبؤ *Forecasting* (إذا أظهرت الفحوص التشخيصية ملاءمة النموذج)

والمخطط (2.3) يلخص مراحل تطبيق منهجية بوكس – جينكنز (*Box-Jenkins*)

شكل (2.3) مراحل تطبيق نماذج بوكس-جينكنز



المصدر/ إعداد الباحث وفقاً لمنهجية *Box-Jenkins*

2.4 تمثيل نماذج بوكس-جينكنز بصيغة فضاء الحالة:

State Space Representations of Box-Jenkins Models

هناك علاقة وثيقة بين نماذج فضاء الحالة ونماذج بوكس-جينكنز (ARIMA) وتتمثل هذه العلاقة في إمكانية وضع نماذج السلاسل الزمنية في شكل فضاء الحالة، وأيضاً إذا كان لدينا نموذج فضاء الحالة فإنه يمكن أن يؤول إلى نموذج (ARIMA) في هذه الفقرة سوف يتم تمثيل نماذج بوكس-جينكنز (ARIMA) في صيغة فضاء الحالة، حيث أن النماذج التي سيتم تمثيلها بطريقة فضاء الحالة ليست الوحيدة، ولكنها الأكثر شيوعاً واستخداماً في أدبيات السلاسل الزمنية.

2.4.1 تمثيل نماذج الانحدار الذاتي (AR) في صيغة فضاء الحالة:

State Space Representations of (AR) Models

اعتبر العملية $AR(p)$ المعرفة كما يلي: [20] [50] [68]

$$Y_{t+1} = \phi_1 Y_t + \phi_2 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p+1} + e_{t+1}, \quad t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots(2.4.1)$$

حيث إن:

$$e_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

$$\phi(e) := 1 - \phi_1 e - \dots - \phi_p e^p \neq 0, \quad \text{for } |e| \leq 1$$

وللتعبير عن (Y_t) في صيغة فضاء الحالة نعرف متجه الحالة:

$$X_t = \begin{bmatrix} Y_t \\ Y_{t-p+2} \\ \vdots \\ Y_{t-p+1} \end{bmatrix}, \quad t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots(2.4.2)$$

ومن المعادلتين (2.4.1) (2.4.2) تكون معادلة المشاهدات هي:

$$Y_t = [0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 1] X_t, \quad t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots(2.4.3)$$

بينما تأخذ معادلة الحالة الشكل التالي:

$$X_{t+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \phi_p & \phi_{p-1} & \phi_{p-2} & \dots & \phi_1 \end{bmatrix} X_t + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \eta_t, \quad t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots (2.4.4)$$

إن المعادلتين (2.4.3) (2.4.4) تمثلان الشكل العام لنموذج $AR(p)$ بصيغة فضاء الحالة المعروف في المعادلتين (2.2.1) (2.2.2) حيث إن:

$$e_t = 0 \quad \& \quad \eta_t = (0, 0, \dots, e_t)', \quad t = 0, \pm 1, \dots$$

ويلاحظ أن الشرط $(\phi(e) \neq 0)$ عندما $(|e| \leq 1)$ يعني أن معادلة الحالة (2.4.4) تتمتع بشرط الثبات، حيث أن القيم المميزة للمصفوفة T داخل دائرة الوحدة.

فمثلاً إذا كانت (Y_t) تتبع نموذج $AR(1)$ التالي:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + e_t, \quad e_t \sim WN(0, \sigma^2) \quad \dots (2.4.5)$$

فإن معادلتى المشاهدة والحالة هي على التوالي:

$$Y_t = X_t \quad \dots (2.4.6)$$

$$X_{t+1} = \phi X_t + \eta_t \quad \dots (2.4.7)$$

حيث إن:

$$Z_t = 1, \quad T_t = \phi, \quad R_t = 1, \quad H_t = 0, \quad Q_t = \sigma^2$$

وإذا كانت (Y_t) تتبع نموذج $AR(2)$:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t, \quad e_t \sim WN(0, \sigma^2) \quad \dots (2.4.8)$$

فيمكن تمثيل النموذج (2.4.5) بصيغة فضاء الحالة كما يلي:

حيث أن $r = 2$

وتكون معادلة المشاهدة:

$$Y_t = [0 \quad 1] X_t \quad \dots (2.4.9)$$

وتكون معادلة الحالة:

$$\begin{bmatrix} X_t \\ X_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \phi_1 & \phi_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{t-1} \\ X_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \eta_t \quad \dots(2.4.10)$$

2.4.2 تمثيل نماذج المتوسطات المتحركة (MA) في صيغة فضاء الحالة:

State Space Representations of (MA) Models

اعتبر أن العملية $MA(q)$ المعرفة كما يلي: [53] [68]

$$Y_t = e_t + \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q}, \quad t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots(2.4.11)$$

والتعبير عن (Y_t) في صيغة فضاء الحالة نعرف متجه الحالة:

$$X_t = \begin{bmatrix} e_t \\ e_{t-1} \\ e_{t-2} \\ \vdots \\ e_{t-q} \end{bmatrix}, \quad t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots(2.4.12)$$

ومن المعادلتين (2.4.11) (2.4.12) فإن معادلة المشاهدات هي:

$$Y_t = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] X_t, \quad t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots(2.4.13)$$

في حين تأخذ معادلة الحالة الشكل التالي:

$$X_{t+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{t-1} \\ X_{t-2} \\ X_{t-3} \\ \vdots \\ X_{t-q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_q \end{bmatrix} \eta_t, \quad t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots (2.4.14)$$

فمثلاً إذا كانت (Y_t) تتبع نموذج $MA(1)$ التالي: [64]

$$Y_t = e_t + \theta_1 e_{t-1}, \quad e_t \sim WN(0, \sigma^2) \quad \dots (2.4.15)$$

فيمكن تمثيل النموذج (2.4.15) بصيغة فضاء الحالة، حيث $r = 2$

وتكون معادلة المشاهدة:

$$Y_t = [1 \ 0]X_t \quad \dots(2.4.16)$$

وتكون معادلة الحالة:

$$\begin{bmatrix} X_t \\ X_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{t-1} \\ X_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ \theta \end{bmatrix} \eta_t \quad \dots(2.4.17)$$

2.4.3 تمثيل نماذج (ARMA) في صيغة فضاء الحالة:

State Space Representations of (ARMA) Models

إن تمثيل نماذج ARMA ليست فريدة من نوعها، وهنا سوف نتطرق إلى نوعين من التمثيلات لها والتي يمكن اشتقاقها من المعادلة (2.4.1)، فإذا اعتبرنا أن العملية $ARMA(p, q)$ المعرفة كما يلي: [47]

$$\phi(B)Y_t = \theta(B)e_t, \quad t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots(2.4.18)$$

حيث إن:

$$\phi(B)Y_t = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

$$\theta(B)e_t = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

$$e_t \sim WN(0, \sigma^2) \quad \& \quad \phi(e) \neq 0 \quad \text{for } |e| \leq 1$$

وإذا اعتبرنا:

$$r = \max(p, q+1), \quad \phi_j = 0 \quad \text{for } j > p, \quad \theta_j = 0 \quad \text{for } j > q \quad \& \quad \theta_0 = 1$$

فيمكن بناءً على ذلك- كتابة المعادلة (2.4.18) بصيغة معادلة المشاهدة كما يلي:

$$Y_t = [\theta_{r-1} \ \theta_{r-2} \ \dots \ \theta_0]X_t \quad \dots(2.4.19)$$

حيث إن:

$$X_t = \begin{bmatrix} X_t \\ X_{t-q+2} \\ \vdots \\ X_{t-q+1} \end{bmatrix} \quad \dots(2.4.20)$$

$$\phi(B)X_t = e_t \quad t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots(2.4.21)$$

ومن نموذج $AR(p)$ يمكن صياغة معادلة الحالة:

$$X_{t+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \phi_r & \phi_{r-1} & \phi_{r-2} & \dots & \phi_1 \end{bmatrix} X_t + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \eta_{t+1}, \quad t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots(2.4.22)$$

والمعادلتان (2.4.19) (2.4.22) تشكلان نموذج فضاء الحالة بمعادلتيه، معادلة المشاهدة

ومعادلة الحالة على التوالي وفي هذا النموذج يلاحظ:

$$e_t = 0, \quad \eta_t = (0, 0, \dots, e_{t+1})', \quad t = 0, \pm 1, \dots$$

أما الصيغة الأخرى لنموذج $ARMA(p, q)$ والتي تسمى الصيغة المقننة (Canonical)

والتي وضعها (Akaike, 1975) وتحتوي أقل أبعاد من التمثيل السابق في المعادلتين (2.4.19)

(2.4.22)، فمن خلال المعادلة (2.4.5) وأن: [73]

$$r = \max(p, q + 1), \text{ and } \phi_j = 0 \text{ for } j > p$$

وتكون معادلة المشاهدة

$$Y_t = [1 \ 0 \ \dots \ 0]X_t, \quad t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots(2.4.23)$$

حيث إن X_t حل ثابت وفريد، ومعادلة الحالة هي:

$$X_{t+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \phi_m & \phi_{m-1} & \phi_{m-2} & \dots & \phi_1 \end{bmatrix} X_t + \begin{bmatrix} 1 \\ \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_{m-2} \\ \psi_{m-1} \end{bmatrix} \eta_t, \quad t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots(2.4.24)$$

حيث: $(\psi_1, \dots, \psi_{m-1})$ هي معالم $(\varepsilon, \varepsilon^2, \dots, \varepsilon^m)$ ويعبر عنها $|\varepsilon| \leq 1$ ، أي $\theta(\varepsilon) / \phi(\varepsilon)$:

$$(\psi_{m-1} = \sum_{i=1}^{m-1} \phi_i \psi_{m-1-i} - \theta_{m-1}) = \frac{\theta(\varepsilon)}{\phi(\varepsilon)}$$

فإذا كانت $m=1$: فإن المعالم في المعادلتين (2.4.23) (2.4.24) تساوي 1 و ϕ_1 على التوالي.

فمثلاً إذا كانت Y_t تتبع نموذج $ARMA(1,1)$ التالي: [48]

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + e_t - \theta_1 e_{t-1}, \quad e_t \sim WN(0, \sigma^2) \quad \dots (2.4.25)$$

فيمكن تمثيل النموذج (2.4.22) بصيغة فضاء الحالة حيث يتم تحديد r

$$r = \max(1, 2) = 2$$

وتكون معادلة المشاهدة:

$$Y_t = \theta(B)X_t = [\theta \quad 1] \begin{bmatrix} X_{t-1} \\ X_t \end{bmatrix} \quad \dots (2.4.26)$$

حيث: X_t هي عملية $AR(1)$ والتي تحقق $\phi(B)X_t = e_t$ وتكون معادلة الحالة:

$$\begin{bmatrix} X_t \\ X_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{t-1} \\ X_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_t \end{bmatrix} \quad \dots (2.4.27)$$

2.4.4 تمثيل نماذج (ARIMA) في صيغة فضاء الحالة:

State Space Representations of (ARIMA) Models

إذا كانت السلسلة Y_t تتبع عملية $ARIMA(p, d, q)$ بفروق $\nabla^d Y_t$ وتحقق المعادلة (2.4.18) حيث: [50]

$$r = \max(p + d, q + 1)$$

وعليه فإن:

$$\nabla^d Y_t = ZX_t, \quad t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots (2.4.28)$$

حيث: X_t هي الحل الوحيد الساكن لمعادلة الحالة.

وأن: (T, Z) معالمات X_t فهي (2.4.19) (2.4.22) على الترتيب و

$$\eta_t = (0, 0, \dots, e_{t+1})'$$

وبفرض أن $(A \& B)$ مصفوفتان $d \times d, d \times 1$ معرفة بـ $A = B = 1$ و $d = 1$ فإن:

$$A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ (-1)^{d+1} \binom{d}{d} & (-1)^d \binom{d}{d-1} & (-1)^{d-1} \binom{d}{d-2} & \dots & d \end{bmatrix} \quad \text{if } d > 1$$

وعليه فإن:

$$Y_t = \nabla^d Y_t - \sum_{j=1}^d \binom{d}{j} (-1)^j Y_{t-j} \quad \dots(2.4.29)$$

والمتجه:

$$Y_{t-1} = (Y_{t-d}, \dots, Y_{t-1})'$$

يحقق المعادلة:

$$Y_t = A \nabla^d Y_t + B Y_{t-1} = A H X_t + B Y_{t-1}$$

$$G_t = \begin{pmatrix} X_t \\ Y_{t-1} \end{pmatrix} \quad \text{وبتعريف متجه حالة جديد}$$

تكون معادلة الحالة هي:

$$G_{t+1} = \begin{pmatrix} X_{t+1} \\ Y_t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} T & 0 \\ A H & B \end{bmatrix} G_t + \begin{pmatrix} \eta_t \\ 0 \end{pmatrix}, t = 1, 2, \dots \quad \dots(2.4.30)$$

ومعادلة المشاهدات من خلال (2.4.28) (2.4.29) هي:

$$Y_t = \left[Z (-1)^{d+1} \binom{d}{d} (-1)^d \binom{d}{d-1} (-1)^{d-1} \binom{d}{d-2} \dots d \right] \begin{pmatrix} X_t \\ Y_{t-1} \end{pmatrix}, t = 1, 2, \dots \quad \dots(2.4.31)$$

وذلك بالشرط المبدئي التالي:

$$G_t = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{\infty} T^j \eta_{-j} \\ Y_0 \end{bmatrix} \quad \dots(2.4.32)$$

والفرض التالي:

$$E(Y_0 e_t') = 0 \quad , t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots(2.4.33)$$

حيث:

$$Y_0 = (Y_{1-d}, Y_{2-d}, \dots, Y_0)'$$

ويمكن تمثيل نموذج $ARIMA(p, d, q)$ بصيغة فضاء الحالة بطريقة أخرى، فإذا كانت

لدينا العملية المعرفة بالشكل: [46]

$$\varphi(B)Y_t = \theta(B)e_t \quad \dots(2.4.34)$$

$$\varphi(B)Y_t = \phi(B)\nabla^d \quad \text{حيث:}$$

وكانت:

$$r = \max(p + d, q + 1) \text{ , and } \phi_j = 0 \text{ for } j = r > q$$

$$Y_{t-1} = (Y_t, Y_t(1), \dots, Y_t(r-1))'$$

وعليه يمكن تعريف معادلات فضاء الحالة لنموذج $(ARIMA)$ ، حيث معادلة المشاهدة هي:

$$Y_t = [1 \ 0 \ \dots \ 0]X_t + e_t \quad , t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots(2.4.35)$$

ومعادلة الحالة هي:

$$X_{t+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \varphi_m & \varphi_r & \varphi_{r-1} & \dots & \varphi_1 \end{bmatrix} X_t + \begin{bmatrix} 1 \\ \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_{r-1} \end{bmatrix} \eta_{t+1} \quad , t = 0, \pm 1, \dots \quad \dots(2.4.36)$$

$$\varphi_i = 0 \text{ if } i > p + q \quad \text{حيث:}$$

فمثلاً لتحويل نموذج $ARIMA(1,1,1)$ إلى صيغة فضاء الحالة، ومن خلال المعادلة التيتمثل نموذج $ARIMA(1,1,1)$ وتكتب كالاتي: [47]

$$(1 - \phi B)(1 - B)Y_t = (1 + \theta B)e_t, \quad e_t \sim WN(0, \sigma^2) \quad \dots(2.4.37)$$

والمتجهان X_t و Y_{t-1} يتم تخفيضهما إلى $Y_{t-1} = y_{t-1}$ & $X_t = (X_{t-1}, X_t)'$ ، ومن خلال المعادلتين (2.4.30) (2.4.31) فإن إعادة التمثيل في شكل فضاء الحالة يكون كالتالي:

في البداية سوف يتم تحديد r

$$r = \max(p + d, q + 1) = 2$$

وتكون معادلة المشاهدة هي:

$$Y_t = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_t \\ Y_{t-1} \end{bmatrix} \quad \dots(2.4.38)$$

ومعادلة الحالة هي:

$$\begin{bmatrix} X_{t+1} \\ Y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_t \\ Y_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi + \theta \\ 1 \end{bmatrix} \eta_t, \quad t = 1, 2, \dots \quad \dots(2.4.39)$$

والمتجه المبدئي هو:

$$\begin{bmatrix} X_t \\ Y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\phi + \theta) \sum_{j=0}^{\infty} \phi e_{-j} \\ Y_0 \end{bmatrix}, \quad t = 1, 2, \dots \quad \dots(2.4.40)$$

ويمكن وضع النماذج AR و MA و $ARMA$ في شكل فضاء الحالة وعلى العكس من ذلك يمكن وضع النماذج التي في شكل فضاء الحالة على طريقة نماذج $ARMA$ أيضاً، والفرق الرئيسي بين كلا النوعين هو الطريقة التي تُمثل بها السلسلة الزمنية، بمعنى أن نماذج $ARMA$ التقليدية ونماذج فضاء الحالة هي وجهان لعملة واحدة. [45]

إلا أنه عند وضع نماذج $ARMA$ بصيغة فضاء الحالة فإن ذلك يفتح الطريق أمام عدة تطبيقات مهمة لتقدير نماذج فضاء الحالة يأتي في مقدمتها مرشح كالمن $Kalman filter$ الذي يقوم بتقدير متجه الحالة بطريقة تكرارية مما يساعد في تحسين التقديرات وجعلها أكثر كفاءة [85].

2.5 التمهيد الآسي Exponential Smoothing

2.5.1 مفهوم التمهيد الآسي: Concept of Exponential Smoothing

يعد التمهيد الآسي أحد التقنيات المألوفة للتنبؤ بالسلاسل الزمنية، كما يعتبر أحد الإجراءات الإحصائية والاستدلالية المهمة التي تعالج التشويش أو الأخطاء العشوائية، ويعرف التمهيد بأنه عملية صقل أو تنعيم البيانات التي لها تشويش، وهو نوع من أنواع التقدير الذي أثبت نجاحه من خلال دراسة الحالات التي تتغير مع الزمن، كما أن التمهيد الآسي يعطي نتائج ذات كفاءة عالية فهو يقلل من القيم المفقودة مقارنة بالتنبؤ باستخدام الطرق التقليدية مثل طريقة (Naive) أو ما تعرف بطريقة المشي العشوائي وطريقة الوسط الحسابي البسيط والمتحرك. [42]

إن التنبؤ باستخدام التمهيد الآسي للسلاسل الزمنية يعتبر من الطرق الجيدة، وقد نشأت الفكرة الأولية لها مع (Robert G. Brown, 1944) عندما كان يعمل مع البحرية الأمريكية كمحلل لبحوث العمليات، وفي الخمسينيات وسعت هذه الطريقة وشملت مصطلحات للتعامل مع الاتجاه والموسمية، حيث عمل (Charles Holt, 1957) على تقديم طريقة تشمل الموسمية والاتجاه، وأصبح العمل الذي قام به Holt في استخدام الموسمية المضافة والمضاعفة معروفاً جيداً من خلال الورقة التي قدمها تلميذه (Peter Winters, 1960)، وقد تطورت هذه الطرائق وتعددت وأصبحت بأشكال عدة لتناسب مع البيانات المختلفة، حيث صنف بيجل (Pegels, 1969) طرائق التمهيد الآسي إلى تسع طرائق مختلفة بناءً على الاتجاه والموسمية، ثم قام (Gardner, 1985) بتوسيع ذلك التصنيف ليضم طرائق الاتجاه المتضائل المضاف، كما وسع (Hyndman et al, 2002) هذا التصنيف وضم إليها طريقة هولت المتضائلة وطريقة هولت الموسمية، ثم قام (Taylor, 2003) بإدخال طرق الاتجاه المتضائل المضاعف، أما مع اللا موسمية أو مع الموسمية المضافة أو الموسمية المضاعفة ليصل عددها إلى خمسة عشر طريقة. [103] [108]

إن الفكرة الأساسية لطرائق التمهيد الآسي هي ترجيح أو تمهيد مشاهدات السلسلة الزمنية من خلال إعطاء وزن أكبر للقيم الحديثة وأقل وزناً للقيم السابقة عنها، وكلما ابتعدت النقطة الزمنية للمشاهدة عن النقطة المرجعية كلما نقصت قيمة الترجيح المصاحب لها، وهي بذلك تعطي أوزاناً غير متساوية للمشاهدات، ويكون أكبر وزن للمشاهدة الحالية ثم تنخفض هذه الأوزان تدريجياً إلى أن تصل إلى أقل قيمة لآخر مشاهدة، وعموماً فإن التمهيد الآسي يعتمد بشكل أكبر على المشاهدات الأخيرة أكثر من المشاهدات القديمة في التنبؤ. [85]

وتتراوح قيم هذه المعلمات ما بين الصفر والواحد ويتم إعطاؤها قيم أولية لغرض البدء بعملية التنبؤ، ولاختيار قيمها المثلى يتم ذلك عن طريق تصغير متوسط مربعات الخطأ MSE أو متوسط مطلق الأخطاء MAPE أو استخدام اللوغاريتمية الأمثلية غير الخطية لإيجاد قيمها المثلى، ومن

الجدير بالذكر أن هناك تنوع في طرائق التمهيد الآسي على الرغم من أن جميعها تتميز بأن القيم الأكثر حداثة تنسب لها أوزان أكبر في التنبؤ من المشاهدات السابقة. [22]

2.5.2 طرائق التمهيد الآسي *Exponential Smoothing Methods*

هناك عدة طرائق للتمهيد الآسي تستخدم حسب طبيعة بيانات السلسلة الزمنية سواء كانت ساكنة أم غير ساكنة موسمية أم غير موسمية، ويمكن تقسيم أساليب التمهيد الآسي إلى ثلاثة أشكال رئيسية، وهي: التمهيد الآسي الأحادي (البسيط)، والتمهيد الآسي المضاعف (المزدوج)، وأساليب التمهيد الآسي الثلاثي. [84]

وبالجمع بين أنماط الاتجاه (بدون، المضاف، المضاعف، المضاف المتضائل، المضاعف المتضائل) مع المكونات الموسمية (بدون، المضاف، المضاعف) يمكن تحديد خمس عشرة طريقة، كل طريقة تتناسب مع نوع معين من بيانات السلاسل الزمنية (المستقرة وغير المستقرة) حسب الاتجاه والموسمية سواء كان مضاف أو مضاعف وعليه فإن طرائق التمهيد الآسي المندرجة تحت الثلاثة الأنواع السابقة تم تصنيفها إلى خمس عشرة طريقة كما هي موضحة في الجدول (2.2): [62] [79]

جدول (2.2) تصنيف طرائق التمهيد الآسي حسب الاتجاه والموسمية

مركبة الاتجاه	المركبة الموسمية		
	بدون N None	المضاف A Additive	المضاعف M Multiplicative
بدون N None	(N,N)	(N, A)	(N, M)
المضاف A Additive	(A,N)	(A,A)	(A,M)
المضاف المتضائل A _d Damped Additive	(A _d ,N)	(A _d , A)	(A _d , M)
المضاعف M Multiplicative	(M,N)	(M,A)	(M,M)
المضاعف المتضائل M _d Damped Multiplicative	(M _d ,N)	(M _d , A)	(M _d , M)

من الجدول السابق نجد أن بعض هذه التصنيفات معروفة بأسماء أخرى فمثلاً تدل (N,N) على التمهيد الآسي البسيط أو (SES) وأيضاً تسمى (A,N) بـ هولت وينترز الخطية أو التمهيد الآسي المزدوج و (A,A) طريقة هولت وينترز المضافة، والجدول (2.3) يوضح اختصارات أسماء بعض طرائق التمهيد الآسي المشهورة والمتداولة.

جدول (2.3) اختصارات بعض أسماء طرائق التمهيد الآسي

اسم الطريقة بالعربي	اسم الطريقة الانجليزي	اختصارها
التمهيد الآسي البسيط	<i>Simple Exponential Smoothing</i>	(N,N)
طريقة هولت الخطية	<i>Holts linear method</i>	(A,N)
طريقة الاتجاه الآسي	<i>Exponential trend method</i>	(M,N)
طريقة الاتجاه المضاف المتضائل	<i>Additive damped trend method</i>	(A _d ,N)
طريقة الاتجاه المضاعف المتضائل	<i>Multiplicative damped trend method</i>	(M _d ,N)
طريقة هولت وينترز المضافة	<i>Additive Holt- Winters method</i>	(A,A)
طريقة هولت وينترز المضاعفة	<i>Multiplicative Holt- Winters method</i>	(A,M)
طريقة هولت وينترز المتضائلة	<i>Holt- Winters damped method</i>	(A _d ,M)

ونستعرض فيما يلي بعض من هذه الطرائق كما يلي:

2.5.2.1 طريقة التمهيد الآسي البسيط (N,N) *Single Exponential Smoothing Method*

اقترحت هذه الطريقة من قبل الباحث هولت (Holt, 1957)، وكانت تستخدم في السلاسل الزمنية غير الموسمية، إلا أن الباحث براون (Brown, 1963) أكد على إمكانية استخدامها لأكثر أنواع السلاسل بما فيها الموسمية. [28]

تعتبر طريقة التمهيد الآسي البسيط من أبسط طرائق التمهيد الآسي حيث تستخدم في حالة السلسلة المستقرة أي خالية من الاتجاه العام والتغيرات الموسمية، وللوصول إلى الصيغة العامة المستخدمة في التنبؤ لهذه الطريقة نفرض أن لدينا السلسلة الزمنية (y_1, y_2, \dots, y_t) لتقدير قيمة

\hat{y}_{t+1} فإن الصيغة العامة لحساب التنبؤ بالتمهيد الآسي هي: [62]

$$\hat{y}_{t+1} = \hat{y}_t + \alpha(y_t - \hat{y}_t) \quad \dots(2.5.1)$$

ومن الممكن كتابة الصيغة العامة السابقة للتنبؤ بالصورة التالية:

$$\hat{y}_{t+1} = ay_t + (1-a) \hat{y}_t \quad \dots(2.5.2)$$

حيث:

α : ثابت التمهيد للمستوى، وتتراوح قيمته بين الصفر والواحد ($0 \leq \alpha \leq 1$)

\hat{y}_{t+1} : قيمة التنبؤ عند الزمن $t+1$

\hat{y}_t : قيمة التنبؤ عند الزمن t

وعند حساب القيمة التنبؤية \hat{y}_{t+1} فإننا لا نحتاج إلا إلى المشاهدة السابقة y_t والتنبؤ \hat{y}_t عند نفس الفترة الزمنية وتحديد قيمة ثابت التمهيد α ، أي الاحتفاظ بآخر قيمة مشاهدة وآخر تنبؤ وتحديد قيمة مناسبة لثابت التمهيد α [8]

فمثلاً لو أعطينا البيانات أوزاناً تتناقص أسياً مع بُعد المشاهدات عن القيمة الحاضرة y_t وبتكرار عمليات التعويض عندئذٍ فإن معادلة التقدير تكتب على الصيغة التالية: [62]

$$\begin{aligned}\hat{y}_{t+1} &= \alpha y_t + (1 - \alpha) y_{t-1} [\alpha y_{t-1} + (1 - \alpha) \hat{y}_{t-1}] \\ &= \alpha y_t + \alpha(1 - \alpha) y_{t-1} + (1 - \alpha)^2 \hat{y}_{t-1} \quad \dots(2.5.3)\end{aligned}$$

وبصيغة أكثر تعميماً:

$$\begin{aligned}\hat{y}_{t+1} &= \alpha y_t + \alpha(1 - \alpha) y_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 y_{t-2} + \alpha(1 - \alpha)^3 y_{t-3} \\ &+ \alpha(1 - \alpha)^4 y_{t-4} + \dots + \alpha(1 - \alpha)^{t-1} + (1 - \alpha)^t \hat{y}_t \quad \dots(2.5.4)\end{aligned}$$

إن التنبؤ بواسطة التمهيد الأسّي هو القيمة التنبؤية القديمة إضافة إلى تعديل للخطأ الذي حدث في آخر تنبؤ، أي التنبؤ بالفترة السابقة مضافاً إليه α من المرات لخطأ التنبؤ السابق له مباشرة، وعندما تكون α كبيرة (قريبة من الواحد) فإن التنبؤ الجديد يتضمن تعديلاً كبيراً للخطأ في التنبؤ السابق وعلى العكس من ذلك إذا كانت α (قريبة من الصفر) فإن التعديل يكون طفيفاً، حيث إن أكثر ما يعمل التمهيد الأسّي هو تعديل التنبؤ القادم بنسبة معينة لأحدث خطأ تنبؤي. [35]

ويمكن كتابة معادلات التنبؤ بالتمهيد الأسّي البسيط على شكل المكونات حيث أن معادلة التنبؤ هي:

$$\hat{y}_{t+1} = \ell_t \quad \dots(2.5.5)$$

وأن ℓ_t هو القيمة المعدلة أو الممهدة للسلسلة الزمنية عند الزمن t ، وتحسب عن طريق معادلة التمهيد التالية:

$$\ell_t = a y_t + (1 - a) \ell_{t-1} \quad \dots(2.5.6)$$

ويمكن حساب القيمة الابتدائية $l_0 = Y_1$ والتي تساوي المشاهدة الأولى للسلسلة الزمنية، وهذه الطريقة لا تتوقع إلا قيمة مستقبلية واحدة أي أنها تفترض عدم وجود أي نمطية في السلسلة الزمنية وبالتالي جميع القيم المستقبلية تساوي القيمة المستقبلية الأولى. [8]

وتستعمل هذه الطريقة في حالة أن السلسلة الزمنية لا تحوي إلا المركبة العشوائية، حيث إنها تسلك مساراً ثابتاً تقريباً، أي لا تحوي مركبة اتجاه عام ولا مركبة موسمية ولكنها تحوي فقط المركبة العشوائية.

2.5.2.2 طرائق التمهيد الآسي المضاعف (المزدوج)

Double Exponential Smoothing method

تم تطوير طريقة التمهيد الآسي البسيط لكي يتم التنبؤ بالبيانات التي تحوي على اتجاه عام، وتشمل هذه الطريقة ثلاث معادلات هي معادلة التنبؤ ومعادلتها تمهيد، تتضمنان معادلة للتعديل الموسمي ومعادلة للاتجاه، وهناك عدة طرق تندرج تحت هذا النوع وهي:

أ- طريقة هولت الخطية (A,N) *Holt Linear Method*

تم توسيع طريقة التمهيد الآسي البسيط إلى طريقة التمهيد الآسي الخطي من قبل (holt, 1957) لكي يتم التنبؤ بالبيانات المتضمنة اتجاه، بمعنى أن القيمة الجديدة تكون أكبر أو أقل من القيم السابقة، وتعتبر هذه الطريقة إحدى طرق التمهيد الآسي المضاعف، حيث يتم تقدير معلمتين واحدة للمستوى وأخرى للاتجاه؛ لذلك سميت هذه الطريقة بهذا الاسم، وتسمى أيضاً بطريقة الاتجاه المضاف (*Additive trend method*)، حيث افترض هولت *holt* أن القيم التي يتم التنبؤ بها هي ذات مركبة اتجاه عام خطي (لا تملك مركبة موسمية)، وتعتمد هذه الطريقة بصيغة المكونات ثلاث معادلات هي: [79] [19]

معادلة المستوى:

$$l_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}) \quad \dots(2.5.7)$$

معادلة الاتجاه:

$$b_t = \beta^* (l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*) b_{t-1} \quad \dots(2.5.8)$$

معادلة التنبؤ

$$y_{t+h/t} = l_t + b_t h \quad \dots(2.5.9)$$

حيث:

ℓ_t : معامل تمهيد المستوى للسلسلة الزمنية عند الزمن t

b_t : معامل تمهيد الاتجاه العام للسلسلة الزمنية عند الزمن t

α : ثابت التمهيد للمستوى ($0 \leq \alpha \leq 1$)

β^* : ثابت التمهيد للاتجاه العام ($0 \leq \beta^* \leq 1$)

تحتاج هذه الطريقة لإيجاد القيم الأولية لثابت التمهيد للمستوى α وثابت التمهيد للاتجاه العام

β والقيمة الابتدائية ℓ_0 والقيمة الابتدائية b_0 حيث نعلم على القيم التي تجعل مقياس الخطأ

المعتمد للمقارنة أقل ما يمكن.

ويتم حساب القيم الأولية بالصيغة التالية: [8]

$$\ell_0 = y_1, \quad b_0 = y_2 - y_1 \quad \dots(2.5.10)$$

ب- طريقة الاتجاه الآسي (M, N) Exponential Trend Method

تنسب هذه الطريقة إلى (Pegels, 1969) وتستخدم في السلاسل التي تظهر فيها اتجاه

مضاعف أو أسي، وتختلف هذه الطريقة عن طريقة هولت الخطية في أن المستوى مضروباً

بالاتجاه بدلاً من إضافته، ولذا تسمى بطريقة الاتجاه المضاعف (*Multiplicative trend method*)، وفيما يلي المعادلات المستخدمة في هذه الطريقة: [19] [94]

معادلة المستوى

$$\ell_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(\ell_{t-1} b_{t-1}) \quad \dots(2.5.11)$$

معادلة الاتجاه:

$$b_t = \beta^* \frac{\ell_t}{\ell_{t-1}} + (1 - \beta^*) b_{t-1} \quad \dots(2.5.12)$$

معادلة التنبؤ

$$y_{t+h/t} = \ell_t b_t^h \quad \dots(2.5.13)$$

حيث:

b_t : يمثل تقدير لمعدل النمو ويكون الاتجاه المتنبأ به اتجاه أسي بدلاً من الاتجاه الخطي في طريقة

هولت حيث يتم التنبؤ بمعدل نمو ثابت بدلاً من اتجاه ثابت.

وقبل حساب التنبؤات يتوجب معرفة القيم الأولية والتي تعطى بالصيغة التالية:

$$l_0 = y_1 \quad , \quad b_0 = \frac{y_2}{y_1}$$

أما القيم الأولية لثابت التمهيد للمستوى α يتم حسابها كما في الطرائق السابقة، أي عن طريق تجريب عدة قيم مختلفة واعتماد القيمة التي تجعل مقياس الخطأ أقل ما يمكن.

ج- طرق الاتجاه المتضائل: *Damped Trend method*

في طريقة هولت الخطية تظهر التنبؤات اتجاهاً خطياً ثابتاً (متزايداً أو متناقصاً) إلى أجل غير محدد في المستقبل، في حين التنبؤ باستخدام طريقة الاتجاه الآسي يقدر معدل النمو الآسي المتزايد أو المتناقص، وعلى الرغم من مميزات الطريقتين إلا أنهما تميلان إلى الإفراط في التوقعات، ولذلك قدم (Gardner & McKenzie, 1985) كيفية استخدام معامل التضاؤل (الانحدار) ϕ ضمن الطريقتين السابقتين وذلك لإعطاء سيطرة أكثر على التنبؤات بالاتجاه، وهذا يعني أن معامل التضاؤل يعمل على تحديد توقعات الاتجاه إلى خط مستقيم ثابت بعض الوقت في المستقبل، كما أشار (Hyndman & Snyder, 2008) إلى أهمية استخدام معامل التضاؤل (الانحدار) في إضافة مرونة أكثر في التقدير، وفيما يلي عرض لطريقتين من طرائق الاتجاه المتضائل: [62] [79]

1- الاتجاه المتضائل المضاف (*Damped Additive Trend (Ad,A)*)

في هذه الطريقة يتم إضافة معامل التضاؤل (ϕ) إلى كلٍ من (α, β) لتصبح المعادلات المستخدمة في التنبؤ كالتالي:
معادلة المستوى:

$$l_t = \alpha y_t + (1 - a)(l_{t-1} + \phi b_{t-1}) \quad \dots(2.5.14)$$

معادلة الاتجاه:

$$b_t = \beta^* (l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*) \phi b_{t-1} \quad \dots(2.5.15)$$

معادلة التنبؤ

$$y_{t+h/t} = l_t + (\phi + \phi^2 + \dots + \phi^h) b_t \quad \dots(2.5.16)$$

فإذا كان $(0 < \phi < 1)$ فإن الاتجاه تم السيطرة عليه والتنبؤات تقترب من خط مستقيم أفقي يعطى

$$l_t + \frac{\phi b_t}{1 - \phi} \quad \text{بالشكل:}$$

وإذا كان $\phi = 1$ تكون مماثلة لطريقة هولت الخطية.

وإذا كان $\varphi = 0$ تكون مماثلة لطريقة التمهيد الآسي البسيط.

وقبل حساب التنبؤات يتوجب معرفة القيمة الابتدائية والتي يتم حسابها بنفس طريقة هولت الخطية.

2- الاتجاه المتضائل المضاعف (M_d, N) *Damped Multiplicative Trend*

قام (Taylor, 2003) بإدخال معامل التضائل (الانحدار) لطريقة الاتجاه الآسي لتنتج طريقة الاتجاه المتضائل المضاعف، وتصبح المعادلات المستخدمة في التنبؤ كالتالي:

معادلة المستوى:

$$\ell_t = ay_t + (1-a)\ell_{t-1}b_{t-1}^\phi \quad \dots(2.5.17)$$

معادلة الاتجاه:

$$b_t = \beta^*(\ell_t / \ell_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}^\phi \quad \dots(2.5.18)$$

معادلة التنبؤ

$$y_{t+h/t} = \ell_t b_t^{\phi h} \quad \dots(2.5.19)$$

إذا كان $(0 < \varphi < 1)$ فإن الاتجاه تم السيطرة عليه والتنبؤات تقترب من خط مستقيم أفقي يعطى

$$\text{بالشكل: } \ell_t b_t^{\varphi(1-\varphi)}$$

فإذا كان $\varphi = 1$ تكون الطريقة مماثلة لطريقة الاتجاه الآسي.

وإذا كان $\varphi = 0$ تكون الطريقة مماثلة لطريقة التمهيد الآسي البسيط.

وقبل حساب التنبؤات يتوجب معرفة القيمة الابتدائية التي يتم حسابها بنفس طريقة الاتجاه الآسي.

2.5.2.3 طرائق التمهيد الآسي الثلاثي: *Triple Exponential Smoothing*

إن طرائق التنبؤ باستخدام التمهيد الآسي للسلاسل الزمنية غير الموسمية تكون غير ملائمة للسلاسل الزمنية الموسمية، والتي قد توجد في بعض الحالات الجوية أو الاقتصادية مثل معدلات الرطوبة، ودرجات الحرارة، أو في استهلاك الطاقة الكهربائية، أو السلع الموسمية والتي لا بد من معالجتها بطرائق تنبؤ خاصة بالسلاسل الموسمية.

ففي عام 1960 قام الباحث *Winter* بتوسيع طريقة *Holt* لكي تأخذ بالاعتبار الموسمية، وهي تطوير لطريقة (Holt, 1957) التي وسعت لتضم ثلاث معادلات تمهيدية، واحدة إلى المستوى، وثانية إلى الاتجاه، وثالثة إلى الموسمية، وتتضمن طريقتين: أحدهما للنماذج المضاعفة والأخرى للنماذج المضافة كما يلي: [88]

أ- طريقة هولت-وينترز المضاعفة (A,M) *Holt-Winters Multiplicative method*

في أوائل عام 1960 قام الباحث *Winter* بوضع صورة أخرى لعملية لتمهيد بيانات السلسلة الزمنية بحيث تتعامل مع البيانات الموسمية بالإضافة إلى الأنماط الاتجاهية التي تحويها بيانات تلك السلسلة.

وتستند هذه الطريقة إلى ثلاث معادلات أساسية للتمهيد كل واحدة منها تتعامل مع تمهيد المكون المناظر لها سواء كان لمكون المستوى أو مكون الاتجاه العام أو المكون الموسمي، ومن هذه الزاوية فإن هذه الطريقة تماثل طريقة التمهيد الآسي المزدوج لـ *Holt* التي تتعامل مع عملية التمهيد الآسي للمستوى مع تعديل معامل الاتجاه العام، إلا أن طريقة *Holt-Winters* تحوي معلمة إضافية أخرى تتعامل من خلالها مع المكون الموسمي لبيانات السلسلة، والمعادلات الأساسية المستخدمة في هذه الطريقة هي كالتالي: [8]

معادلة المستوى:

$$\ell_t = \alpha \frac{y_t}{s_{t-m}} + (1-a)(\ell_{t-1} + b_{t-1}) \quad \dots(2.5.20)$$

معادلة الاتجاه:

$$b_t = \beta^* (\ell_t - \ell_{t-1}) + (1-\beta^*)b_{t-1} \quad \dots(2.5.21)$$

معادلة الموسمية:

$$S_t = \gamma \left(\frac{y_t}{\ell_{t-1} + b_{t-1}} \right) + (1-\gamma)s_{t-m} \quad \dots(2.5.22)$$

معادلة التنبؤ:

$$y_{t+h/t} = (\ell_t + hb_t)s_{t-m+h_m^+} \quad \dots(2.5.23)$$

حيث: $h_m^+ = [(h-1) \bmod m] + 1$

وقبل حساب التنبؤات يتوجب معرفة القيم الابتدائية والتي يمكن حسابها كالتالي:

$$\begin{aligned} \ell_0 &= \sum_{t=1}^m \frac{y_t}{m} \\ b_0 &= \frac{1}{m} \left(\sum_{t=1}^m \frac{y_t}{m} - \sum_{t=m+1}^{2m} \frac{y_t}{m} \right) \\ S_0 &= \frac{y_k - (k-1)b_0 / 2}{\ell_0} \end{aligned} \quad \dots(2.5.24)$$

ب- طريقة هولت-وينترز المضافة (A,A) *Holt-Winters additive method*

قام *Winter* بتطوير طريقته حتى تستطيع أن تتعامل مع السلاسل الزمنية التي يظهر بها

التغير الموسمي الثابت *Constant Seasonal Variation* [8].

ويتطلب تكوين معادلة التنبؤ وفق هذه الطريقة معرفة ثلاث مركبات لقيم التمهيد وهي مركبة

المستوى ℓ_t ، ومركبة الاتجاه العام b_t ، والمركبة الموسمية S_t ويتم تقديرها وفق المعادلات الآتية:

معادلة المستوى:

$$\ell_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1 - \alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1}) \quad \dots(2.5.25)$$

معادلة الاتجاه:

$$b_t = \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1} \quad \dots(2.5.26)$$

معادلة الموسمية:

$$S_t = \gamma(y_t - \ell_{t-1} - b_{t-1}) + (1 - \gamma)S_{t-m} \quad \dots(2.5.27)$$

معادلة التنبؤ:

$$y_{t+h/t} = \ell_t + hb_t + s_{t-m+h_m^+} \quad \dots(2.5.28)$$

حيث: $h_m^+ = [(h - 1) \bmod m] + 1$

S_t : المكون الموسمي للسلسلة الزمنية.

γ : ثابت التمهيد للعامل الموسمي ($0 \leq \gamma \leq 1$)

m : طول الفترة الموسمية.

وقبل حساب التنبؤات يتوجب معرفة القيم الابتدائية والتي يمكن حسابها كالتالي:

$$\ell_0 = \sum_{t=1}^m \frac{y_t}{m}$$

$$b_0 = \frac{1}{m} \left(\sum_{t=1}^m \frac{y_t}{m} - \sum_{t=m+1}^{2m} \frac{y_t}{m} \right) \quad \dots(2.5.29)$$

$$s_0 = y_k - \left(\ell_0 + \frac{(k-1)b_0}{2} \right), \quad k = 1, 2, \dots, m$$

وبشكل عام في طرائق التمهيد الآسي يتوجب علينا معرفة القيم الابتدائية قبل البدء بالخوارزمية. والجدول (2.4) يلخص طريقة حساب القيم الابتدائية لطرائق التمهيد الآسي:

جدول رقم (2.4)

حساب القيم الابتدائية المستخدمة لطرائق التمهيد الآسي

الطريقة	القيم الابتدائية
(N,N)	$l_0 = Y_1$
(A,N) , (Ad ,N)	$l_0 = Y_1$, $b_0 = Y_2 - Y_1$
(M,N) , (Md ,N)	$l_0 = Y_1$, $b_0 = Y_2 / Y_1$
(A,A) ,(Ad ,A)	$l_0 = \sum_{t=1}^m \frac{y_t}{m}$ $b_0 = \frac{1}{m} \left(\sum_{t=1}^m \frac{y_t}{m} - \sum_{t=m+1}^{2m} \frac{y_t}{m} \right)$ $s_0 = y_k - \left(l_0 + \frac{(k-1)b_0}{2} \right)$
(A,M) , (Ad ,M)	$l_0 = \sum_{t=1}^m \frac{y_t}{m}$ $b_0 = \frac{1}{m} \left(\sum_{t=1}^m \frac{y_t}{m} - \sum_{t=m+1}^{2m} \frac{y_t}{m} \right)$ $s_0 = \frac{y_k - (k-1)b_0 / 2}{l_0}$

ويمكن توضيح معادلات التنبؤ ومعادلات التمهيد لجميع طرائق التمهيد الآسي (15 طريقة) كما هي في الجدول (2.5):

جدول (2.5) معادلات التنبؤ ومعادلات التمهيد لطرائق التمهيد الآسي

Trend	Seasonal		
	N	A	M
N	$l_t = \alpha y_t + (1 - a)l_{t-1}$ $y_{t+h/t} = l_t$	$l_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1 - a)l_{t-1}$ $s_t = \gamma(y_t - l_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $y_{t+h/t} = l_{t-1} + s_{t-m+h_m^+}$	$l_t = \alpha(y_t / s_{t-m}) + (1 - a)l_{t-1}$ $s_t = \gamma(y_t / l_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $y_{t+h/t} = l_{t-1}s_{t-m+h_m^+}$
A	$l_t = ay_t + (1 - a)(l_{t-1} + b_{t-1})$ $b_t = b_{t-1} + \beta e_t$ $y_{t+h/t} = l_{t-1} + hb_{t-1}$	$l_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1 - a)(l_{t-1} + b_{t-1})$ $b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}$ $s_t = \gamma(y_t - l_{t-1} - b_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $y_{t+h/t} = l_t + hb_t + s_{t-m+h_m^+}$	$l_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1 - a)(l_{t-1} + b_{t-1})$ $b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}$ $s_t = \gamma(y_t - l_{t-1} - b_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $y_{t+h/t} = (l_t + hb_t)s_{t-m+h_m^+}$
A _d	$l_t = ay_t + (1 - a)(l_{t-1} + \phi b_{t-1})$ $b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)\phi b_{t-1}$ $y_{t+h/t} = l_{t-1} + \phi_h b_{t-1}$	$l_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1 - a)(l_{t-1} + \phi b_{t-1})$ $b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)\phi b_{t-1}$ $s_t = \gamma(y_t - l_{t-1} - \phi b_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $y_{t+h/t} = l_t + \phi b_t + s_{t-m+h_m^+}$	$l_t = \alpha(y_t / s_{t-m}) + (1 - a)(l_{t-1} + \phi b_{t-1})$ $b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)\phi b_{t-1}$ $s_t = \gamma(y_t / l_{t-1} - \phi b_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $y_{t+h/t} = (l_t + \phi_h b_t)s_{t-m+h_m^+}$
M	$l_t = ay_t + (1 - a)l_{t-1}\phi b_{t-1}$ $b_t = \beta^*(l_t / l_{t-1}) + (1 - \beta^*)\phi b_{t-1}$ $y_{t+h/t} = l_t b_t^h$	$l_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1 - a)l_{t-1}\phi b_{t-1}$ $b_t = \beta^*(l_t / l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}$ $s_t = \gamma(y_t - l_{t-1} - b_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $y_{t+h/t} = l_t b_t^h + s_{t-m+h_m^+}$	$l_t = \alpha(y_t / s_{t-m}) + (1 - a)l_{t-1}b_{t-1}$ $b_t = \beta^*(l_t / l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}$ $s_t = \gamma(y_t / (l_{t-1} - b_{t-1})) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $y_{t+h/t} = l_t b_t^h s_{t-m+h_m^+}$
M _d	$l_t = ay_t + (1 - a)l_{t-1}b_{t-1}^\phi$ $b_t = \beta^*(l_t / l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}^\phi$ $y_{t+h/t} = l_t b_t^{\phi h}$	$l_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1 - a)l_{t-1}b_{t-1}^\phi$ $b_t = \beta^*(l_t / l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}^\phi$ $s_t = \gamma(y_t - l_{t-1} - b_{t-1}^\phi) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $y_{t+h/t} = l_t b_t^{\phi h} + s_{t-m+h_m^+}$	$l_t = \alpha(y_t / s_{t-m}) + (1 - a)l_{t-1}b_{t-1}^\phi$ $b_t = \beta^*(l_t / l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}^\phi$ $s_t = \gamma(y_t / (l_{t-1} - b_{t-1}^\phi)) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $y_{t+h/t} = l_t b_t^{\phi h} s_{t-m+h_m^+}$

2.6 نماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي

State Space Models for Exponential Smoothing

رغم انتشار طرائق التمهيد الآسي منذ خمسينيات القرن الماضي واستخدامها في التنبؤ بنقطة، إلا أن حساب الاحتمالات وفترات التنبؤ ومعايير اختيار أفضل الطرائق لم يتم تطويرها إلا مؤخراً وذلك باستخدام النماذج المبتكرة *Innovation State Space Models*، حيث أشار *Hyndman* إلى أن طرائق التمهيد الآسي تشير إلى توقعات مثالية في حالة استخدام النماذج المبتكرة *Innovation State Space Models* [19]

وكما رأينا سابقاً أنه من خلال الجمع بين أنماط الاتجاه (بدون، المضاف، المضاعف، المضاف المتضائل، المضاعف المتضائل) (M_d, A_d, M, A, N) مع المكونات الموسمية (بدون، المضاف، المضاعف) (M, A, N) تم تحديد خمسة عشر طريقة، فإنه يمكن كتابة جميع هذه الطرائق بصيغة فضاء الحالة، حيث يمكن كتابة نموذجين لكل طريقة، وهما: [101]

- نماذج الأخطاء المضافة *Additive Errors Model*

- نماذج الأخطاء المضاعفة *Multiplicative Errors Model*

وبالتالي فإن عدد النماذج الكلي في هذه الطريقة ثلاثين طريقة، الجدير بالذكر أن نتيجة التنبؤات بنقطة تتطابق في النموذجين (شريطة استخدام قيم المعلمات نفسها) ولكن عند التنبؤ بفتره فإن التنبؤات تختلف في النموذجين وهذا ما يميز طرائق التمهيد الآسي *ETS* عن طرائق التمهيد الآسي النظامية *ES*. [79]

وتتكون كل طريقة من معادلة القياس أو الملاحظة التي تصف البيانات المشاهدة، وبعض المعادلات الانتقالية التي تصف كيف تتغير المكونات أو الحالات غير المشاهدة (المستوى، الاتجاه، الموسمية) مع مرور الزمن. [62]

والنماذج التي يتم تمثيلها بطريقة فضاء الحالة يشار إليها بـ (E, T, S) حيث تشير (E, T, S) إلى المركبات الثلاث: الخطأ *Error*، والاتجاه العام *Trend*، والموسمية *Seasonality* حيث (E) إما أن يكون خطأ مضاف (A) أو خطأ مضاعف (M)، و (T) قد تكون مضافة (A) أو مضاعفة (M) أو بدون (N)، ويمكن أن تكون أيضاً متضائل مضاف *damped Additive* (A_d) أو متضائل مضاعف *damped Multiplicative* (M_d)، أما (S) فتكون بدون (N) أو مضافة (A) أو مضاعفة (M)، فمثلاً الطريقة $ETS(A, A, N)$ له أخطاء مضافة، اتجاه مضاف ولا يوجد موسمية، وهي طريقة هولت الخطية مع أخطاء مضافة، وكذلك $ETS(M, M_d, M)$ يشير إلى أخطاء مضاعفة، اتجاه مضاعف متضائل و موسمية مضاعفة، ويساعد التعبير (E, T, S) في تذكر

الترتيب الذي يتم فيه تحديد المكونات ويمكن اعتبارها اختصاراً للتمهيد الآسي، وسيتم توضيح صياغة بعض طرائق التمهيد الآسي الخطية بطريقة فضاء الحالة كما يلي: [77] [108]

2.6.1 التمهيد الآسي البسيط بأخطاء مضافة ETS(A,N,N)

Simple Exponential Smoothing with Additive Errors ETS(A,N,N)

إذا كان لدينا معادلتى التنبؤ والتمهيد للتمهيد الآسي البسيط المعرفة في (2.5.5) و (2.5.6)، وبإعادة صياغة معادلة التمهيد للمستوى نحصل على نموذج تصحيح الخطأ للتمهيد الآسي البسيط التالي:

$$l_t = l_{t-1} + \alpha e_t$$

حيث:

$$e_t = y_t - l_{t-1} = y_t - \hat{y}_{t|t-1}$$

وتمثل خطأ التنبؤ بخطوة واحدة، وعليه فإن:

$$y_t = l_{t-1} + e_t$$

حيث يمكن تمثيل كل مشاهدة بمستوى سابق بالإضافة إلى الخطأ.

ولجعل هذه الطريقة بصيغة فضاء الحالة، علينا تحديد توزيع الأخطاء e_t ، فإذا فرضنا أن

توزيع الأخطاء e_t تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط يساوي صفر وتباين σ^2 أي $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$

، وعليه فإنه يمكن كتابة التمهيد الآسي البسيط بصيغة فضاء الحالة كما يلي: [62] [77]

معادلة المشاهدة

$$y_t = l_{t-1} + e_t \quad \dots(2.6.1)$$

معادلة الحالة

$$l_t = l_{t-1} + \alpha e_t \quad \dots(2.6.2)$$

$$\text{حيث إن: } R_t = a, \quad T_t = 1, \quad Z_t = 1, \quad x_t = l_t$$

ويمثل l_t متجه الحالة غير المشاهد، وتسمى الصيغة السابقة بـ "مصدر وحيد للخطأ"؛ لأنه يتم استخدام e_t لكلا المعادلتين.

حيث توضح معادلة المشاهدات العلاقة بين المشاهدات والحالة غير المشاهدة، حيث تعتبر y_t

دالة خطية للمستوى l_{t-1} والجزء المتوقع هو y_t والجزء غير المتوقع هو e_t ، أما معادلة الحالة تظهر تطور الحالة عبر الزمن.

2.6.2 طريقة هولت الخطية بأخطاء مضافة ETS(A,A,N)

Holt's Linear Method with Additive Errors ETS(A,A,N)

إذا كان لدينا $\mu_t = \hat{y}_t = \ell_{t-1} + b_{t-1}$ تشير إلى التنبؤ بخطوة y_t بافتراض أننا نعرف قيم

جميع المعلمات وكذلك $e_t = y_t - \mu_t$ تشير إلى خطأ التنبؤ في الوقت t ، ومن المعادلة (2.5.9)

نجد أن معادلة المشاهدات: [62]

$$y_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + e_t \quad \dots(2.6.3)$$

وباستخدام المعادلتين (2.5.7) (2.5.8) يمكن كتابة معادلة الحالة بالشكل:

$$\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + ae_t \quad \dots(2.6.4)$$

$$b_t = b_{t-1} + \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1} - b_{t-1}) = b_{t-1} + \alpha\beta^* e_t \quad \dots(2.6.5)$$

ويمكن تبسيط المعادلة الأخيرة بوضع $\beta = \alpha\beta^*$ ، وتشكل المعادلات الثلاث السابقة نموذج

فضاء الحالة لطريقة هولت الخطية بأخطاء مضافة، وهنا نحتاج إلى تقدير القيم الأولية

$$(\alpha, \ell_0, \beta, b_0)$$

ويمكن كتابة المعادلات السابقة بالشكل القياسي بطريقة فضاء الحالة حيث يتم تعريف متجه

الحالة $x_t = (\ell_t, b_t)'$ ، وعليه فإن المعادلتين (2.6.3) (2.6.5) ستكون على الشكل التالي:

معادلة المشاهدة:

$$y_t = [1 \quad 1]x_{t-1} + e_t \quad \dots(2.6.6)$$

معادلة الحالة:

$$x_t = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_{t-1} + \begin{bmatrix} a \\ \beta \end{bmatrix} e_t \quad \dots(2.6.7)$$

وعادةً تفترض e_t أنها تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط يساوي صفر وتباين σ^2 أي

$$e_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

2.6.3 طريقة هولت المتضائلة بأخطاء مضافة $ETS(A, A_d, N)$

Additive Damped Trend Method with Additive Errors $ETS(A, A_d, N)$

إذا كان لدينا $\mu_t = \hat{y}_t = \ell_{t-1} + b_{t-1}$ تشير إلى التنبؤ بخطوة بافتراض أننا نعرف قيم جميع

المعلومات وكذلك $e_t = y_t - \mu_t$ تشير إلى خطأ التنبؤ في الوقت t فإن معادلة المشاهدة هي: [92]
[108]

$$y_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + e_t \quad \dots(2.6.8)$$

أما معادلة الحالة فهي:

$$\ell_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + a e_t \quad \dots(2.6.9)$$

$$b_t = \phi b_{t-1} + \beta^* (\ell_t - \ell_{t-1} - \phi b_{t-1}) = \phi b_{t-1} + \beta e_t \quad \dots(2.6.10)$$

والمعادلات الثلاث السابقة تمثل صيغة فضاء الحالة لطريقة الاتجاه المضاف المتضائل بأخطاء مضافة، ويمكن كتابة المعادلات السابقة بالصيغة القياسية لفضاء الحالة، حيث يتم تعريف متجه الحالة $x_t' (\ell_t, b_t)$ ، وعليه فإن المعادلات ستكون على الشكل التالي:

معادلة المشاهدة:

$$y_t = [1 \quad \phi] x_{t-1} + e_t \quad \dots(2.6.11)$$

معادلة الحالة:

$$x_t = \begin{bmatrix} 1 & \phi \\ 0 & \beta \end{bmatrix} x_{t-1} + \begin{bmatrix} a \\ \beta \end{bmatrix} e_t \quad \dots(2.6.12)$$

وعادةً تفترض e_t أنها تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط يساوي صفر وتباين σ^2 ويتم التعبير عنها

$$e_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

2.6.4 طريقة هولت وينترز الموسمية بأخطاء مضافة $ETS(A, A, A)$

Holt-Winters Seasonal Method with Additive Errors

هناك سلاسل زمنية تظهر أنماطاً موسمية ويتغير هذا النمط الموسمي مع مرور الوقت استجابة للتغيرات في الأنواع والتكنولوجيا، فمثلاً يزداد الطلب على الكهرباء في فصل الصيف في المناطق الحارة حيث يبلغ ذروته بسبب الانتشار المتزايد لمكيفات الهواء، وبالتالي فإن الصيغ التي تستخدم

لتمثيل التأثيرات الموسمية ينبغي أن تسمح لإمكانية التغير في الأنماط الموسمية، وهذه الطريقة هي ETS(A,A,A)، ويمكن كتابة المعادلات الخاصة بهذه الطريقة بصيغة فضاء الحالة بالشكل التالي: [61]

معادلة المشاهدة:

$$y_t = l_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m} + e_t \quad \dots(2.6.13)$$

ومعادلة الحالة هي:

$$l_t = l_{t-1} + b_{t-1} + a e_t \quad \dots(2.6.14)$$

$$b_t = b_{t-1} + \beta e_t \quad \dots(2.6.15)$$

$$s_t = s_{t-m} + \gamma e_t \quad \dots(2.6.16)$$

وتشكل المعادلات السابقة صيغة فضاء الحالة لطريقة هولت وينترز الموسمية بأخطاء مضافة، ويمكن كتابة المعادلات السابقة بالشكل القياسي، حيث يتم تعريف متجه الحالة $x_t = (l_t, b_t, s_t)'$ ، وعليه فإن المعادلات ستكون على الشكل التالي:

معادلة المشاهدة:

$$y_t = [1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1] x_{t-1} + e_t \quad \dots(2.6.17)$$

معادلة الحالة:

$$x_t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} x_{t-1} + \begin{bmatrix} a \\ \beta \\ \gamma \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} e_t \quad \dots(2.6.18)$$

وعادةً نفترض e_t أنها تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط يساوي صفر وتباين σ^2 ويتم التعبير

$$e_t \sim WN(0, \sigma^2) \text{ عنها}$$

2.6.5 النموذج العام لفضاء الحالة للتمهيد الآسي:

The General State Space model for Exponential Smoothing

يمكن كتابة جميع طرائق التمهيد الآسي الموضحة في الجدول (2.5) بصيغة فضاء الحالة وذلك عن طريق الصيغة العامة لنماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي، حيث أن متجه الحالة هو

$$x_t = (\ell_t, b_t, s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-m+1})' \quad [62]$$

$$y_t = h(x_{t-1}) + r(x_{t-1})e_t \quad \dots(2.6.19)$$

$$x_t = f(x_{t-1}) + g(x_{t-1})e_t \quad \dots(2.6.20)$$

وتسمى المعادلة (2.6.19) بمعادلة المشاهدة أو القياس، والمعادلة (2.6.20) بالمعادلة الانتقالية أو الحالة.

وأن y_t تمثل القيم المشاهدة في الزمن t و x_t يمثل متجه الحالة حيث يحتوى على معلومات حول المستوى والاتجاه والموسمية.

e_t : تمثل الخطأ العشوائي، ذات ضجة بيضاء بتباين σ^2 ومتوسط حسابي يساوي صفر أي:

$e_t \sim WN(0, \sigma^2)$ ، وأن $\mu_t = r(x_{t-1})$ ، والنموذج مع أخطاء مضافة يكون فيه $r(x_{t-1}) = 1$ لذا

$y_t = \mu_t + e_t$ ، والنموذج مع أخطاء مضاعفة يكون فيه $r(x_{t-1}) = \mu_t$ لذا $y_t = \mu_t(1 + e_t)$

حيث: $e_t = (y_t - \mu_t) / \mu_t$ هو الخطأ النسبي للنموذج المضاعف.

إن النماذج السابقة ليست فريدة من نوعها، ومن الواضح أن أي قيمة لـ $r(x_{t-1})$ ستؤدي إلى

توقعات متطابقة في حالة التنبؤ نقطة لـ y_t .

ويمكن التعبير أيضاً عن النموذج العام كما يلي:

$$y_t = Zx_{t-1} + e_t \quad \dots(2.6.21)$$

$$x_t = Tx_{t-1} + Re_t \quad \dots(2.6.22)$$

وهي حالة خاصة من النموذج العام في المعادلتين (2.6.19) (2.6.20).

ويوضح الجدولين (2.6) و (2.7) المعادلات المختلفة الخاصة بطرائق التمهيد الآسي حسب

الأخطاء المضافة والأخطاء المضاعفة، والمصاغة بطريقة فضاء الحالة، حيث أن $\beta = \alpha\beta^*$

وذلك لتبسيط المعادلات

جدول (2.6) طرائق فضاء الحالة للتمهيد الأسي ETS مع أخطاء مضافة

Trend	Seasonal		
	N	A	M
N	$\mu_t = \ell_{t-1}$ $\ell_t = \ell_{t-1} + ae_t$	$\mu_t = \ell_{t-1} + s_{t-m}$ $\ell_t = \ell_{t-1} + ae_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma e_t$	$\mu_t = \ell_{t-1} s_{t-m}$ $\ell_t = \ell_{t-1} + ae_t / s_{t-m}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma e_t / \ell_{t-1}$
A	$\mu_t = \ell_{t-1} + b_{t-1}$ $\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + ae_t$ $b_t = b_{t-1} + \beta e_t$	$\mu_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m}$ $\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + ae_t$ $b_t = b_{t-1} + \beta e_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma e_t$	$\mu_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m}$ $\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + ae_t / s_{t-m}$ $b_t = b_{t-1} + \beta e_t / s_{t-m}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma e_t (\ell_{t-1} + b_{t-1})$
Ad	$\mu_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1}$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + ae_t$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta e_t$	$\mu_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + s_{t-m}$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + ae_t$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta e_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma e_t$	$\mu_t = (\ell_{t-1} + \phi b_{t-1}) + s_{t-m}$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + ae_t / s_{t-m}$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta e_t / s_{t-m}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma e_t (\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})$
M	$\mu_t = \ell_{t-1} b_{t-1}$ $\ell_t = \ell_{t-1} b_{t-1} + ae_t$ $b_t = b_{t-1} + \beta e_t / \ell_{t-1}$	$\mu_t = \ell_{t-1} b_{t-1} + s_{t-m}$ $\ell_t = \ell_{t-1} b_{t-1} + ae_t$ $b_t = b_{t-1} + \beta e_t / \ell_{t-1}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma e_t$	$\mu_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} s_{t-m}$ $\ell_t = \ell_{t-1} b_{t-1} + ae_t / s_{t-m}$ $b_t = b_{t-1} + \beta e_t / (s_{t-m} \ell_{t-1})$ $s_t = s_{t-m} + \gamma e_t (\ell_{t-1} + b_{t-1})$
Md	$\mu_t = \ell_{t-1} b_{t-1}^\phi + e_t$ $\ell_t = \ell_{t-1} b_{t-1}^\phi + ae_t$ $b_t = b_{t-1}^\phi + \beta e_t / \ell_{t-1}$	$\mu_t = \ell_{t-1} b_{t-1}^\phi + s_{t-m}$ $\ell_t = \ell_{t-1} b_{t-1}^\phi + ae_t$ $b_t = b_{t-1}^\phi + \beta e_t / \ell_{t-1}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma e_t$	$\mu_t = \ell_{t-1} + b_{t-1}^\phi s_{t-m}$ $\ell_t = \ell_{t-1} b_{t-1}^\phi + ae_t / s_{t-m}$ $b_t = b_{t-1}^\phi + \beta e_t / (s_{t-m} \ell_{t-1})$ $s_t = s_{t-m} + \gamma e_t (\ell_{t-1} b_{t-1}^\phi)$

حيث أن $e_t = y_t - \hat{y}_{t|t-1} \sim WN(0, \sigma^2)$ الأخطاء العشوائية تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي صفر وتباين σ^2 وأن $0 \leq a, \beta, \gamma, \phi \leq 1$

جدول (2.7) طرائق فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS مع أخطاء مضاعفة

Trend	Seasonal		
	N	A	M
N	$\mu_t = \ell_{t-1}$ $\ell_t = \ell_{t-1}(1 + ae_t)$	$\mu_t = \ell_{t-1} + s_{t-m}$ $\ell_t = \ell_{t-1} + a(\ell_{t-1} + s_{t-m})e_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma(\ell_{t-1} + s_{t-m})e_t$	$\mu_t = \ell_{t-1}s_{t-m}$ $\ell_t = \ell_{t-1}(1 + ae_t)$ $s_t = s_{t-m}(1 + \gamma e_t)$
A	$\mu_t = \ell_{t-1} + b_{t-1}$ $\ell_t = (\ell_{t-1} + b_{t-1})(1 + ae_t)$ $b_t = b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1} + b_{t-1})e_t$	$\mu_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m}$ $\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + a(\ell_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m})e_t$ $b_t = b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m})e_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma(\ell_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m})e_t$	$\mu_t = (\ell_{t-1} + b_{t-1})s_{t-m}$ $\ell_t = (\ell_{t-1} + b_{t-1})(1 + ae_t)$ $b_t = b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1} + b_{t-1})e_t$ $s_t = s_{t-m}(1 + \gamma e_t)$
Ad	$\mu_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1}$ $\ell_t = (\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})(1 + ae_t)$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})e_t$	$\mu_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + s_{t-m}$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + a(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + s_{t-m})e_t$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta e_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + s_{t-m})e_t$	$\mu_t = (\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})s_{t-m}$ $\ell_t = (\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})(1 + ae_t)$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})e_t$ $s_t = s_{t-m}(1 + \gamma e_t)$
M	$\mu_t = \ell_{t-1}b_{t-1}$ $\ell_t = \ell_{t-1}b_{t-1}(1 + ae_t)$ $b_t = b_{t-1}(1 + \beta e_t)$	$\mu_t = \ell_{t-1}b_{t-1} + s_{t-m}$ $\ell_t = \ell_{t-1}b_{t-1} + a(\ell_{t-1}b_{t-1} + s_{t-m})e_t$ $b_t = b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1}b_{t-1} + s_{t-m})e_t / \ell_{t-1}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma(\ell_{t-1}b_{t-1} + s_{t-m})e_t$	$\mu_t = \ell_{t-1} + b_{t-1}s_{t-m}(1 + e_t)$ $\ell_t = \ell_{t-1}b_{t-1}(1 + ae_t)$ $b_t = b_{t-1}(1 + \beta e_t)$ $s_t = s_{t-m}(1 + \gamma e_t)$
Md	$\mu_t = \ell_{t-1}b_{t-1}^\phi$ $\ell_t = \ell_{t-1}b_{t-1}^\phi(1 + ae_t)$ $b_t = b_{t-1}^\phi(1 + \beta e_t)$	$\mu_t = \ell_{t-1}b_{t-1}^\phi + s_{t-m}$ $\ell_t = \ell_{t-1}b_{t-1}^\phi + a(\ell_{t-1}b_{t-1}^\phi + s_{t-m})e_t$ $b_t = b_{t-1}^\phi + \beta(\ell_{t-1}b_{t-1}^\phi + s_{t-m})e_t / \ell_{t-1}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma(\ell_{t-1}b_{t-1}^\phi + s_{t-m})e_t$	$\mu_t = \ell_{t-1}b_{t-1}^\phi s_{t-m}$ $\ell_t = \ell_{t-1}b_{t-1}^\phi(1 + ae_t)$ $b_t = b_{t-1}^\phi(1 + \beta e_t)$ $s_t = s_{t-m}(1 + \gamma e_t)$

حيث أن الأخطاء العشوائية $e_t = \frac{y_t - \hat{y}_{t/t-1}}{\hat{y}_{t/t-1}} \sim WN(0, \sigma^2)$ تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي صفر وتباين σ^2 .

والجدول التالي (2.8) يوضح بعض أسماء طرائق التمهيد الآسي للخوارزمية المبتكرة والتي يرمز لها بالرمز (ETS):

جدول (2.8)

اختصارات بعض أسماء طرائق فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS

اسم الطريقة بالعربي	اسم الطريقة بالإنجليزي	اختصارها
التمهيد الآسي البسيط بأخطاء مضافة	<i>Simple Exponential Smoothing with additive errors</i>	ETS(A,N,N)
طريقة هولت الخطية بأخطاء مضافة	<i>Holts linear method with additive errors</i>	ETS(A,A,N)
طريقة الاتجاه الآسي بأخطاء مضافة	<i>Exponential trend method with additive errors</i>	ETS(A,M,N)
طريقة الاتجاه المضاف المتضائل بأخطاء مضافة	<i>Additive damped trend method with additive errors</i>	ETS(A,A _d ,N)
طريقة الاتجاه المضاعف المتضائل بأخطاء مضافة	<i>Multiplicative damped trend method with additive errors</i>	ETS(A,M _d ,N)
طريقة هولت وينترز المضافة بأخطاء مضافة	<i>Additive Holt- Winters method with additive errors</i>	ETS(A,A,A)
طريقة هولت وينترز المضاعفة بأخطاء مضاعفة	<i>Multiplicative Holt- Winters method with multiplicative errors</i>	ETS(M,A,M)
طريقة هولت وينترز المتضائلة بأخطاء مضاعفة	<i>Holt-Winters damped method with multiplicative errors</i>	ETS(M,A _d ,M)

وتعتبر نماذج الأخطاء المضاعفة جيدة في حالة البيانات الموجبة لكنها غير مستقرة عددياً مع البيانات السالبة أو البيانات التي تحوي على أصفاراً؛ لذلك في هذه الحالة ينصح باستخدام طرائق الأخطاء المضافة مع العلم أن هناك بعض الطرائق التي تقودنا إلى صعوبات عديدة -الطرائق المضللة في الجدول (2.9)- مع ملاحظة أن هذه الطرائق يتم استخدامها في التنبؤ بشكل جيد في حالة التنبؤات قصيرة أو متوسطة الأجل والبيانات الموجبة: [19] [61]

جدول (2.9)

تصنيف طرائق ETS حسب الأخطاء المضافة والمضاعفة

Additive Errors الايخطاء المضافة	Seasonal Component		
Trend Component	N (None)	A Additive	M Multiplicative
N (None)	(A,N,N)	(A,N,A)	(A,N,M)
A Additive	(A,A,N)	(A,A,A)	(A,A,M)
A _d Additive damped	(A,A _d ,N)	(A,A _d ,A)	(A,A _d ,M)
M Multiplicative	(A,M,N)	(A,M,A)	(A,M,M)
M _d Multiplicative damped	(A,M _d ,N)	(A,M _d ,A)	(A,M _d ,M)
multiplicative errors الايخطاء المضاعفة	Seasonal Component		
N (None)	(M,N,N)	(M,N,A)	(M,N,M)
A Additive	(M,A,N)	(M,A,A)	(M,A,M)
A _d Additive damped	(M,A _d ,N)	(M,A _d ,A)	(M,A _d ,M)
M Multiplicative	(M,M,N)	(M,M,A)	(M,M,M)
M _d Multiplicative damped	(M,M _d ,N)	(M,M _d ,A)	(M,M _d ,M)

2.7 العلاقة بين نماذج ARIMA والتمهيد الآسي ETS

The Relationship between ARIMA and ETS

تعد نماذج ARIMA أكثر عمومية من التمهيد الآسي، في حين أن طرائق التمهيد الآسي تعتبر حالات خاصة لنماذج ARIMA، وأن طرائق التمهيد الآسي غير الخطية ليس لها نظير مكافئ من ARIMA، ومن ناحية أخرى هناك العديد من نماذج ARIMA التي ليس لها مكافئ من طرائق التمهيد الآسي وخصوصاً أن طرائق التمهيد الآسي غير مستقرة، في حين أن نماذج ARIMA مستقرة، أما طرائق ETS مع موسمية أو اتجاه غير متضائل أو كلاهما يوجد لها جذور وحدة (أي أنها تحتاج إلى مرحلتين لإجراء الفروق لجعلها مستقرة)، وبقية النماذج ETS الأخرى لها أيضاً جذر وحدة ولكنها تحتاج إلى إجراء فرق واحد لجعلها مستقرة)، والجدول (2.10) يوضح علاقة التكافؤ بين نماذج ARIMA وطرائق التمهيد الآسي ETS : [8] [61]

جدول (2.10)

مقارنة نماذج ARIMA بنماذج التمهيد الآسي ETS

المعالم	نموذج ARIMA	نموذج التمهيد الآسي ETS
$\theta_1 = 1 - a$	$ARIMA(0,1,1)$	$ETS(A, N, N)$
$\theta_1 = a + \beta - 2$ $\theta_2 = 1 - a$	$ARIMA(0,2,2)$	$ETS(A, A, N)$
$\phi_1 = \phi$ $\theta_1 = a + \beta\phi - 2$ $\theta_2 = (1 - a)\phi$	$ARIMA(1,1,2)$	$ETS(A, A_d, N)$
	$ARIMA(0,1,m)(0,1,0)_m$	$ETS(A, N, A)$
	$ARIMA(0,1,m+1)(0,1,0)_m$	$ETS(A, A, A)$
	$ARIMA(0,1,m+1)(0,1,0)_m$	$ETS(A, A_d, A)$

ومن خلال الجدول (2.10) يمكن توضيح الآتي:

1- تنبؤات التمهيد الآسي البسيط ETS تعادل تلك التي نحصل عليها من النموذج

$ARIMA(0,1,1)$ حيث إن معلمة نموذج المتوسطات المتحركة θ_1 تكافئ المعلمة

$$1 - a \text{ أي أن: } \theta_1 = 1 - a$$

2- طريقة هولت الخطية هي عبارة عن نموذج $ARIMA(0,2,2)$ حيث إن معلمتي

$$\text{النموذج } (\theta_1, \theta_2) \text{ تساوي: } \theta_1 = 2 - a - a\beta \text{ و } \theta_2 = 1 - a$$

3- طريقة هولت المتضائلة هي عبارة عن نموذج $ARIMA(1,2,2)$ حيث إن معالم النموذج

$$\text{هي: } \theta_1 = a + \beta\phi - 2 \text{ و } \theta_2 = (1 - a)\phi \text{ و } \phi_1 = \phi$$

4- طريقة هولت وينترز المضافة تعطي نتائج تعادل النتائج التي نحصل عليها من النموذج

$ARIMA(0,1,m+1)(0,1,0)_m$ حيث إن m عبارة عن طول الموسم للسلسلة

الزمنية الموسمية.

5- طريقة هولت وينترز المضاعفة لا يوجد لديها نموذج ARIMA يعادلها.

2.8 تقدير نماذج فضاء الحالة: *Estimation of State Space Models*

في نموذج فضاء الحالة نجد أن المعلمات (Z, T, R) تكون في الغالب غير معلومة ويجب تقديرها من خلال المشاهدات (y_1, y_2, \dots, y_t) وذلك باستخدام طريقة الإمكان الأعظم (ML)، ولحساب مقدر الإمكان الأعظم فإنه يتم ايجاده من خلال مرشح كالمن. [56]

2.8.1 مقدر الإمكان الأعظم: *Maximum Likelihood Estimation*

بفرض لدينا نموذج فضاء الحالة المعرف في المعادلتين (2.2.1) (2.2.2) وأن معالم النموذج هي مكونات المتجه (θ) ، فإن مقدر الإمكان الأعظم للمعلمة (θ) يمكن ايجاده بتعظيم دالة الإمكان للمشاهدات (Y_1, \dots, Y_n) بالنسبة لمكونات المتجه (θ) ، فإذا كانت دالة الكثافة الشرطية للمتغير (Y_t) بمعلومية $(Y_0 = y_0, Y_{t-1} = y_{t-1}, \dots)$ هي: [49] [67]

$$f(\cdot | Y_{t-1}, \dots, Y_0)$$

فإن دالة الإمكان لـ (Y_t) عندما $(t = 1, \dots, n)$ يمكن كتابتها كالتالي:

$$L(\theta; Y_1, \dots, Y_n) = \prod_{t=1}^n f_t(Y_t | Y_{t-1}, \dots, Y_0) \quad \dots(2.8.1)$$

وحساب دالة الإمكان لأي مجموعة مثبتة من القيم العددية للمعلمة (θ) يعد أمراً معقداً ولكن يمكن أن يتسم بالبساطة والسهولة إذا افترضنا أن متجهات الأخطاء العشوائية (η_t, e_t) عندما $(t=1, 2, \dots)$ تتبع التوزيع الطبيعي، ودالة الإمكان الناتجة يطلق عليها دالة الإمكان لجاوس (*Gaussian likelihood*)، وطبقاً لهذا الفرض نجد أن دالة الكثافة الشرطية الموجودة في (2.8.1) تكون على الشكل:

$$f_t(Y_t | Y_{t-1}, \dots, Y_1) = (2\pi)^{-w/2} (\det \Delta_t)^{-1/2} \exp \left[\frac{-1}{2} I_t' \Delta_t I_t \right] \quad \dots(2.8.2)$$

حيث إن $t \geq 1$ ، $I_t = Y_t - P_{t-1} Y_t = Y_t - G \hat{X}_t$ هي التنبؤ لخطوة واحدة، ومصفوفة تباين الخطأ يتم ايجادها من خلال تنبؤ كالمن *Kalman prediction*، وبناءً عليه تكون دالة الإمكان للمشاهدات (Y_1, \dots, Y_n) هي:

$$L(\theta; Y_1, \dots, Y_n) = (2\pi)^{-nw/2} \left(\prod_{j=1}^n \det \Delta_j \right)^{-1/2} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \mathbf{I}'_j \Delta_j \mathbf{I}_j \right] \dots (2.8.3)$$

وبمعلومية المشاهدات (Y_1, \dots, Y_n) والمتجه الأولي المناسب (Y_0) وقيمة المعلمة (θ) فإن القيمة العددية لدالة الإمكان (L) يمكن حسابها بمساعدة الأسلوب المتتالي لكالمن. إن الهدف الرئيسي في نماذج فضاء الحالة هو تقدير متجه الحالة غير المشاهد (X_t) وذلك بالاعتماد على المشاهدات (Y_1, Y_2, \dots, Y_t) خلال الوقت t ؛ لذا يتم البحث عن أفضل تقدير له يجعل متوسط مجموع مربعات الخطأ MSE أقل ما يمكن بالاعتماد على المشاهدات الحالية والماضية، وهذا يتم عن طريق المعادلات التكرارية لمرشح كالمن. [39]

2.8.2 مرشح كالمن Kalman Filter

يُستخدم مصطلح الترشيح في مفردات حياتنا اليومية كثيراً: كترشيح الماء من العوالق غير المرغوب فيها، ترشيح الهواء الداخل إلى الفم باستخدام الكمادات، ويوضح أحد القواميس أن كلمة مرشح (*Filter*) تعني وسيلة لتنقية السوائل من الشوائب العالقة عبر مرورها بالرمال أو الفحم أو الحصى. [13]

ويعرف الترشيح بأنه التقدير عند الزمن t ويهدف إلى تحديث معرفتنا حول النظام في كل مرة يتم إدخال مشاهدة جديدة (Y_t) ، وحديثاً فإن استخدام مصطلح الترشيح يعني فصل المشاهدات فور مشاهدتها إلى مركبتين: الأولى تمثل الإشارة *signal* والتي نهتم بمعرفة مقدارها وقيمتها الحقيقية، والثانية تمثل التشويش *Noise* والتي تمثل العوامل الطارئة والمفاجئة خارج سيطرتنا [34] [60]. عُرف مرشح كالمن في أدبيات الكتابة العالمية في مجال الهندسة كما عُرف بعد ذلك في أدبيات السلاسل الزمنية، ويقصد به محاولة اختزال كل المعلومات المتاحة في مجموعة من البيانات في مؤشر ما، مثل الوسط الحسابي أو التباين من خلال مجموعة من البيانات، وبذلك نجد أن فكرة المرشحات ما هي إلا التقدير بنقطة المتعارف عليه في نظرية التقدير في مجال الإحصاء، وعليه نجد أن مرشح كالمن ما هو إلا طريقة معينة في التقدير [20].

وتم اقتراح المرشح لتمثيل فضاء الحالة الديناميكي لأول مرة في عام (1960) من قبل كالمن (*Kalman*)، وتم تطويره في عام (1961) على يد ريتشارد بوسي (*Richard Bucy*)، لذا يسمى في بعض الأحيان بمرشح كالمن-بوسي (*Kalman-Bucy*)، وفي الأعوام التالية تم اعتماد مرشح كالمن تدريجياً من قبل الإحصائيين كأداة لنمذجة السلاسل الزمنية [71].

ويعرف مرشح كالمن (*Kalman Filter*) بأنه مجموعة من المعادلات الرياضية التي تستخدم في التنبؤ والتحديث للوصول إلى المقدّر الأمثل، أي أنها معادلات تكرارية (عودية) بحيث تقلل من التباين في الخطأ المقدّر مما يجعل متوسط مربعات الخطأ MSE أقل ما يمكن، وهذا المرشح قوي جداً من عدة جوانب حيث يستطيع أن يقيم تقديرات الماضي والحاضر وحتى الحالات المستقبلية، ويمكن ذلك حتى عندما تكون الطبيعة الدقيقة للحالة غير معروفة. [76]

وهذا يعني أن المرشح يتكون من مجموعة من المعادلات الرياضية التي تحوي على مُقدّر يقوم على التنبؤ والتصحيح مما يجعل متوسط مربعات الخطأ MSE أقل ما يمكن.

وجاءت فكرة هذا المرشح للسيطرة على عدم الاستقرارية *Non-Stationary* التي تعاني منها العديد من السلاسل الزمنية (الإشارات الواقعية *signals*)، وأهم ما يميز مرشح كالمن هي الخاصية التعاقبية التي تتيح لنا فرصة الاستفادة من البيانات والمعلومات الجديدة عند تغير الزمن t ، حيث يعتمد على تضمين التنبؤ السابق مع قياس جديد.

ويعمل مرشح كالمن باستخدام خوارزمية تكرارية للبحث عن تقديرات مثالية لمعلمات نموذج المعادلة الانتقالية في كل فترة زمنية باستخدام كل المعلومات المتاحة في ذلك الوقت. [58]

ويستخدم مرشح كالمن لغرضين أساسيين هما: [4]

1- تقدير الإمكان الأعظم.

2- التنبؤ وتمهيد فضاء المتغيرات غير المشاهدة.

حيث يحتفظ مرشح كالمن بمعلومات حول العزم الأول (المتوسط) والعزم الثاني (التغاير) لمتجه الحالة بالاستناد إلى كل المشاهدات إلى الوقت t ، وبعد الحصول على مشاهدة جديدة فإن المتوسط والتغاير يتم تحديثه.

ويهدف المرشح إلى الحصول على مقدر ذي أقل تباين يجعل مجموع مربعات الخطأ أقل ما يمكن لمتغيرات الحالة غير المشاهدة والتي لا يمكن ملاحظتها مباشرة ($\hat{X}_{t|t}$) والتباين ($P_{t|t}$)

بالاستناد إلى التقديرات السابقة $\hat{X}_{t|t-1}$ و $P_{t|t-1}$ والقيم المشاهدة $Y_t = (y_1, y_2, \dots, y_t)$ [63] [79]

هناك ثلاث مشاكل رئيسية متعلقة بنموذج فضاء الحالة والذي يتم فيه استخدام مرشح كالمن وجميعها متعلقة بإيجاد أفضل تقديرات خطية (يكون فيه متوسط مربعات الخطأ MSE أقل ما يمكن) لمتجه الحالة X_t كحدود في المشاهدات (Y_1, Y_2, \dots) والمنتج Y_0 بشرط تكون متعامدة

على η_1 & e_1 أي: [74] [80]

$$Y_0 \perp e_1 \text{ \& } Y_0 \perp \eta_1$$

وذلك لجميع قيم $t \geq 1$ ، وفي كثير من الحالات يعتبر المتجه Y_0 هو متجه الثوابت

$$: x_t \text{ (1,1,...,1)'} \text{ ، وعليه يمكن تلخيص المشاكل الثلاث في عملية تقدير}$$

1. التنبؤ *Prediction*: وتعني تقدير متجه الحالة من خلال Y_1, \dots, Y_{t-1} عندما $(T < t)$ أي إزالة أخطاء القياس من البيانات.

2. الترشيح *Filtering* وتعني تقدير متجه الحالة الحالية من خلال Y_1, \dots, Y_t استناداً إلى المعلومات المتاحة عندما $(T = t)$.

3. التمهيد *Smoothing*: وتعني تقدير متجه الحالة استناداً إلى المعلومات المتاحة Y_1, \dots, Y_T حيث $(T > t)$

ويتم حل المشاكل السابقة بالتتابع باستخدام مرشح كالمن.

2.8.3 الأسلوب المتتالي لكالمن: *The Kalman Recursion*

يمكن توضيح طريقة عمل مرشح كالمن من خلال معادلتين (2.2.1) و (2.2.2)، وبافتراض أن كل من خطأ المشاهدات e_t وخطأ الحالة η_t ذات ضجة بيضاء وغير

مرتبطة مع بعضها وغير مرتبطة مع المشاهدات Y_t أي أن هذه الأخطاء مستقلة فيما بينها،

ومستقلة أيضاً عن متجه الحالة، ومتجه الحالة $(X_{t|t})$ يتبع التوزيع الطبيعي، والحالة الابتدائية لكل

من المتوسط والتباين موجودة (P_0, X_0) وهي مستقلة عن خطأ المشاهدات e_t وخطأ الحالة η_t ،

والمعلمات (Z, T, R) تم تقديرها باستخدام طريقة الإمكان الأعظم (ML)، فإن التقدير يكون

بالتخلص من هذه الأخطاء بعملية الترشيح والتي يستطيع مرشح كالمن التعامل معها نتيجة للخاصية

التعاقبية، وأفضل تقدير يمكن أن نحصل عليه لمتغير الحالة هو التوقع الرياضي له بشرط معرفة

القيمة الحالية والقيم الماضية للمتغير Y_t ، ويكتب بالشكل: [39] [71]

$$\hat{X}_{t|t} = E(X_t | Y_t) \quad \dots(2.8.4)$$

حيث: $\hat{X}_{t|t}$ هو تقدير متغير الحالة الذي تم في الزمن t ولأجل اللحظة t ، ومصفوفة التباين

الشرطية تكتب بالشكل:

$$P_{t|t} = E[(X_t - E(X_{t|t}))(X_t - E(X_{t|t}))' | Y_t] \quad \dots(2.8.5)$$

وكما ذكرنا سابقاً فإن المشاكل آفة الذكر يتم حلها باستخدام مرشح كالمن الذي يتم تنفيذه في خطوتين أو مرحلتين أساسيتين -تتضمن كل منهما مجموعة من المعادلات- وهاتان المرحلتان هما: مرحلة التنبؤ *prediction stage* (قبل إدخال مشاهدة جديدة) ومرحلة التحديث أو تصحيح القياس *update stage* (بعد إدخال مشاهدة جديدة).

ولكل خطوة يتم حساب متجه الحالة حيث يتم تقديره في خطوة التنبؤ، أي التنبؤ بالقيمة الحالية بالاعتماد على التقدير السابق والمعلومات المتاحة، ثم يتم تصحيح هذا المتجه في خطوة التحديث أو التصحيح بالاعتماد على القيمة الحالية لتصحيح التنبؤ السابق، أي أنه في كل خطوة يتم حساب تقديرين لمتجه الحالة، ولكل تقدير يتم حساب مصفوفة للتباين: [32] [89]

- توقع الحالة الأولى $\hat{X}_{t|t-1}$ ويحسب قبل القيام بأي قياس ويسمى توقع الحالة المسبقة:

$$\hat{X}_{t|t-1} = E(X_{t-1} | y_0, y_1, \dots, y_t) \quad \dots(2.8.6)$$

$$\hat{P}_{t|t-1} = E[(X_{t-1} - \hat{X}_{t|t-1})(X_{t-1} - \hat{X}_{t|t-1})'] \quad \dots(2.8.7)$$

- توقع الحالة الثانية $\hat{X}_{t|t}$ حيث يقوم بتحديث توقع الحالة الأولى بعد قياس المخرجات Y_t ويسمى تقدير الحالة اللاحقة

$$\hat{X}_{t|t} = E(X_t | y_0, y_1, \dots, y_t) \quad \dots(2.8.8)$$

$$\hat{P}_{t|t} = E[(X_t - \hat{X}_{t|t})(X_t - \hat{X}_{t|t})'] \quad \dots(2.8.9)$$

وهذا يعني أنه لتقدير الحالة الحالية نحتاج فقط إلى الحالة السابقة والقياسات الحالية فقط،

ولتنفيذ مرشح كالمن يتم تهيئة المرشح عن طريق القيم الابتدائية للحالة (\hat{X}_0, P_0) كما يلي:

$$\hat{X}_{t|t} = E(x_0) \quad \dots(2.8.10)$$

$$P_0 = E[(X_0 - E(\hat{X}_0))(X_0 - E(\hat{X}_0))'] \quad \dots(2.8.11)$$

وبعد ذلك يتم تنفيذ مرشح كالمن في مرحلتين تشمل كل منها مجموعة من المعادلات كما يلي: [44]

[55] [67]

1- معادلات التنبؤ (تحديث الوقت): *Prediction Equations (Time update)*

يقصد بالتنبؤ تقدير الحالة المستقبلية أي تقدير متغير الحالة ومصفوفة التباين المشترك للحظة $(t+1)$ بالاعتماد على متغير الحالة ومصفوفة التباين المشترك في اللحظة السابقة (t) ، وعليه فإن معادلات التنبؤ هي:

$$\hat{X}_{t+1|t} = T_t \hat{X}_t \quad \dots(2.8.12)$$

$$P_{t+1|t} = T_t P_t T_t' + R_t Q_t R_t' \quad \dots(2.8.13)$$

حيث:

$\hat{X}_{t+1|t}$: متجه الحالة في اللحظة $(t+1)$ اعتماداً على اللحظة السابقة (t) .

$P_{t+1|t}$: مصفوفة التباين المقابلة لمتجه الحالة $\hat{X}_{t+1|t}$.

Q_t : مصفوفة التباين للخطأ العشوائي.

T_t, R_t : مصفوفات انتقالية.

وتوضح المعادلة (2.8.12) التنبؤ بمتغير الحالة في اللحظة $(t+1)$ بالاعتماد على متغير الحالة في اللحظة السابقة (t) أي بعد الأخذ بالحسبان للملاحظات الجديدة، وتعطي المعادلة (2.8.13) التنبؤ بالتباين المشترك للحظة $(t+1)$ بالاعتماد على مصفوفة التباين المشترك في اللحظة السابقة (t) .

2- معادلات التصحيح (تحديث القياس) *Correction Equations (Measurement Update)*

في هذه الخطوة أيضاً يتم تقدير متغير الحالة ومصفوفة التباين المشترك للفترة الحالية $(t+1)$ ، وعليه فعند الحصول على مشاهدة جديدة (Y_t) يمكن تحديث متغير الحالة ومصفوفة التباين المشترك عن طريق المعادلات الآتية:

$$K_t = P_{t+1|t} Z_t' [Z_t P_{t+1|t} Z_t' + H_t]^{-1} \quad \dots(2.8.14)$$

$$\hat{X}_{t+1|t+1} = \hat{X}_{t+1|t} + K_t (Y_t - Z_t \hat{X}_{t+1|t}) \quad \dots(2.8.15)$$

$$p_{t+1|t+1} = [1 - K_t Z_t] p_{t+1|t} \quad \dots(2.8.16)$$

حيث أن:

K_t : ربحية كالمن

$\hat{X}_{t+1|t+1}$: مقدر متجه الحالة في اللحظة $(t+1)$ بالاعتماد على اللحظة $(t+1)$

Y_t : قيم المشاهدات

$P_{t+1|t+1}$: مصفوفة التغيرات المقابلة لمتجه الحالة $\hat{X}_{t+1|t+1}$

H_t : مصفوفة التغيرات لخطأ المشاهدات

Z_t : مصفوفة انتقالية

وتشير المعادلة (2.8.14) إلى ربحية كالمن K_t Kalman gain وهو عبارة عن نسبة تباين متجه الحالة إلى تباين خطأ الترشيح وأن قيمتها تتراوح بين الصفر والواحد الصحيح، وتعد هذه النسبة مؤشراً إلى سير عملية الترشيح وذلك عندما تستقر قيمتها، والمعادلة (2.8.15) تقوم بتحديث متجه المتوسط والمعادلة (2.8.16) تقوم بتحديث مصفوفة التباين المشترك.

ويمكن تلخيص المعادلات السابقة في الجدول (2.11):

جدول (2.11)

معادلات مرشح كالمن

معادلات تحديث الوقت (التنبؤ)

prediction (time update)

- $\hat{X}_{t+1|t} = T_t \hat{X}_{t|t}$
- $P_{t+1|t} = T_t P_{t|t} T_t' + R_t Q_t R_t'$

معادلات تحديث القياسات (تصحيح)

Measurement update (Correction)

$$K_t = P_{t+1|t} Z_t' [Z_t P_{t+1|t} Z_t' + H_t]^{-1}$$

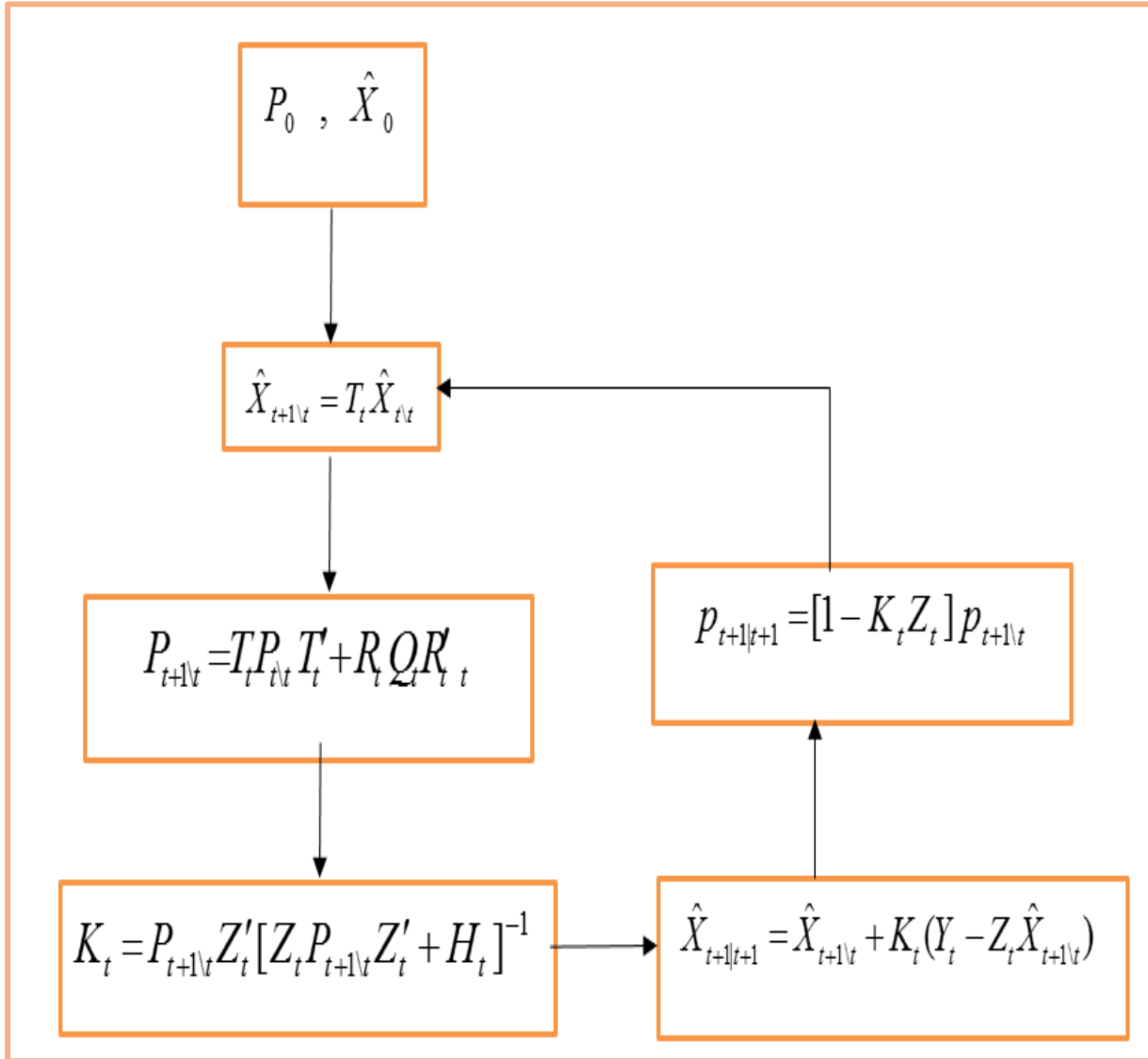
$$\hat{X}_{t+1|t+1} = \hat{X}_{t+1|t} + K_t (Y_t - Z_t \hat{X}_{t+1|t})$$

$$P_{t+1|t+1} = [1 - K_t Z_t] P_{t+1|t}$$

وبشكل أوضح فإن مرشح كالمن يتم تنفيذه عن طريق الخوارزمية الموضحة في الشكل (2.4):

شكل (2.4)

طريقة عمل خوارزمية مرشح كالمن



وتطبق المعادلات السابقة بشكل متكرر إلى الحد أو النقطة التي ينعدم فيها الاختزال أو التخفيض لمتوسط مربعات الخطأ MSE عند هذه النقطة، وعليه فإن عملية التعديل (الترشيح) تنتهي والقيمة النهائية للمعلمة تستخدم للتنبؤ.

2.9 العلاقة بين التمهيد الأسي ومرشح كالمن: [62] [64]

The Relationship between Exponential Smoothing & Kalman Filter

تتشابه طرائق التمهيد الأسي المختلفة مع مرشح كالمن حيث يُعتبر مرشح كالمن نسخه محسنة من طرائق التمهيد الأسي حيث يستخدم الأسلوبان لتحديث الحالات في السلسلة الزمنية بشكل متعاقب، وفي العديد من الحالات يمكن استخدام التمهيد الأسي كتقريب مناسب لمرشح كالمن.

يعتمد كل من التمهيد الأسي ومرشح كالمن على مجموعة من المعادلات للتنبؤ والتحديث، ويحتاج كل منهما إلى القيم الابتدائية، حيث يحوي التمهيد الأسي معادلة تحديث بسيطة وملخصاً عن البيانات السابقة، وبالتالي فإنه يقلل من وقت الحساب، حيث يحتاج إلى قيمة مشاهدة والقيمة التنبؤية لها عند نفس الفترة الزمنية وكذلك تحديد قيمة معالم التمهيد، ويمكن بعدها التحديث، وكذا فإن مرشح كالمن يحوي على ملخصاً عن البيانات السابقة ويحتاج إلى قيمة مشاهدة وقيمة تنبؤية لها عند نفس الفترة الزمنية ثم تحديد معامل كسب كالمن وبعدها يمكن إجراء عملية التحديث للنتائج باستخدام معادلات التحديث لمرشح كالمن، ومع ذلك فإن مرشح كالمن أكثر قوة.

ويمكن استخدام معادلات مرشح كالمن لتنفيذ التمهيد الأسي بالاستفادة من العلاقة بين نماذج التمهيد الأسي ونماذج ARIMA، ويصبح تقدير مرشح كالمن متطابق مع التمهيد الأسي وذلك

$$\hat{P}_{t-1|t} \rightarrow \sigma^2$$

ونلاحظ مما سبق أن التمهيد الأسي ومرشح كالمن يتميزان على نماذج بوكس-جينكنز في تحديث النتائج عند توفر بيانات جديدة أو مشاهدة جديدة، أما في بوكس-جينكنز فيجب تكرار كل مرحلة من مراحل التنبؤ مرة أخرى للتنبؤ بالمشاهدات المستقبلية، لذا فإن طريقة بوكس-جينكنز تكون أكثر كلفة من الطرق الأخرى.

2.10 التحويل المويجي Wavelet Transform

ربما من الصعب على أي باحث أن يصف الطريقة التي ظهرت بها التحويلات المويجية إلى الوجود، إذ أن ظهور التحويلات المويجية تطلب العمل لمدة تزيد عن 75 عاماً من عمل الرياضيين ابتداءً من جهود عالم الرياضيات الهنغاري (Alfred Haar) وذلك في عام (1909) (على الرغم أنها لم تكن تدعى بالمويجات في ذلك الوقت)، إلا أن الأفكار الأولية ظهرت في ثمانينات القرن العشرين بسبب التطور الكبير الذي حصل في علم الحاسوب وتحديدًا في عام 1982 على يد الفرنسي (Jean Morlet) [10]

وارتبطت التحويلات المويجية بأفكار قديمة في كثير من الحقول من ضمنها الرياضيات التطبيقية والفيزياء وعلوم الحاسبات والهندسة، وبدايةً في مجال الهندسة الكهربائية (Electrical Engineering Image)، علوم فيزياء الأرض (Geophysicist) وتحليل إشارة الزلازل (seismic signal analysis)، ودراسة حركات المناخ (Climate Dynamics) وتحليل الصور (Image Analysis) وتنقيتها باستخدام الموجة الصغيرة ذات البعدين (Two Dimension)، واستخدمت معاملات الموجة الصغيرة في تحليل الإشارة المكانية (Spatial Traffic Analysis)، كما أن للموجة الصغيرة استخدامات حديثة في علوم الاقتصاد وإدارة الموارد المالية (Economics and Finance). [13] [69]

إحصائياً برز الاهتمام بالمويجيات في عام 1989م عندما قدم Mallat طريقة تحليل متعدد الدقة (Multiresolution Analysis) وكذلك عندما ربط كل من (Mallat & Daubechies) المويجات مع معالجة البيانات المتقطعة، وعندما بيّن كل من (Johnstone & Donoho) أن الموجة المتقّصة تملك خصائص مثالية إحصائية مرغوبة في المشاكل المرتبطة مع تقليل التشويش، وهناك عدة تطبيقات مفيدة للمويجات مثل ضغط أو كبس البيانات واكتشاف الملامح في الصور، وإزالة التشويش من سلسلة زمنية. [14]

وليس مبالغاً القول بأن التحويلات المويجية تعد ثورة حقيقة في تحليل الإشارات لأنها كانت قد تجاوزت العديد من المشاكل التي تصادف الباحثين ووفرت حلاً عملياً لها.

2.10.1 مفهوم الموجة: Concept Wavelet

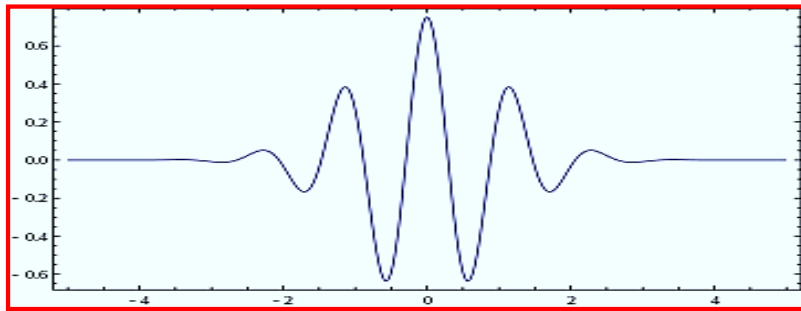
الموجة الصغيرة (Small Wave) أو ما تسمى بالموجة (Wavelet) هي أحد أنواع الدوال الرياضية المستخدمة لتجزئة الدالة المعطاة إلى مركّبات تردد مختلفة، ودراسة كل مركّب مع إعادة الحل الملائم عند كل قياس، وتعرف الموجة رياضياً بأنها دالة قيمة-حقيقية معرفة على محور

حقيقي كامل وتتذبذب صعوداً ونزولاً بشكل منتظم حول الصفر، أي أنها موجات صغيرة قيمتها تبدأ من الصفر وبفترة زمنية محددة ووسط صفري. [13]

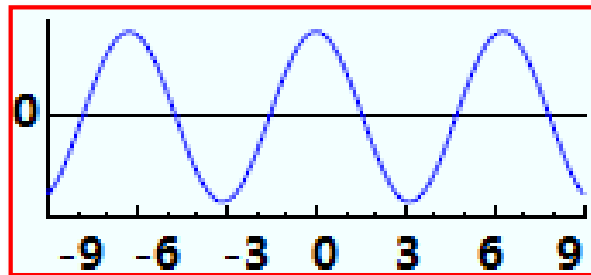
وتعرف التحويلات المويجية بأنها دوال تحويل رياضية تقوم بتقطيع البيانات إلى عدد من مركبات التكرار المختلفة ومن ثم دراسة كل مركبة تكرار من خلال تحديد تصميم مختلف مرتبط بمفهوم القياس Scale بمعنى أن الفكرة الأساسية هو التحليل نسبةً للقياسات المختلفة وليس التكرارات الثابتة. [10]

والموجة هي موجة صغيرة غير منتظمة الشكل وتستمر لدورات قليلة وتمتلك طاقة محدودة وفترة محددة، وهذا يعني أنها تتذبذب في الزمن بوصفها موجة قصيرة، ومن هنا جاء اسم الموجة، ويوضح الشكل (2.5) سبب تسمية الموجة (Wavelet)؛ وذلك لكونها تصغير لكلمة الموجه (Wave) بمعنى أنها تحدث في نقاط منتهية (محدودة) من الزمن لتموت بعدها الإشارة، هذا من جهة ومن جهة أخرى لكي تميزها عن إشارة الموجة الكبيرة (Big Wave) مثل موجة دالة الجيب (Sine) وموجة دالة جيب التمام (Cosine) والموضحة في الشكل (2.6)، وعند مقارنة الشكلين (الموجة الكبيرة والموجة الصغيرة) يمكن بالفعل معرفة الفارق الكبير بينهما وما يمكن للتحويلات المويجية أن تعالجه وهذه ميزة أساسية للتحويلات المويجية؛ أنها تستطيع أن تحلل الإشارات التي تملك قمم حادة. [10] [15]

شكل رقم (2.5)
إشارة الموجة الصغيرة (الموجة)



شكل رقم (2.6)
إشارة الموجة الكبيرة



ويجري إنشاء الموجات بواسطة نقل (*Translating*) واتساع (*Dilating*) موجة أم

(*Mother Wavelet*) ($\psi(x)$) كما يلي: [13] [99]

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right); \quad a, b \in R; \quad a \neq 0 \quad \dots(2.10.1)$$

حيث (a) تسمى معلمة القياس (*Scale*) تمثل دور التردد (*Frequency*) و (b) هي معلمة

الإزاحة أو الموقع (*Position*)، ونحصل من خلال الموجة الأم $\psi_{a,b}(t)$ على بقية الموجات

بتغيير قيم معلمة القياس (a) ومعلمة الموقع (b)، وكلما ازدادت قيمة (a) فإن الموجة ($\psi_{a,b}(t)$)

تصبح أوسع ويكون الضغط أقل (أي أن العملية تزداد تمعداً)، في حين تغيير قيمة (b) ينقل

الموجة على امتداد المحور السيني (أي تحريك السلسلة لموقع أبعد يميناً أو يساراً حسب الإشارة)،

وهاتان المعلمتان تضعان نقطة ما في ما يسمى مستوى قياس-زمن (*Scale-Time*).

وهناك شروط يجب توفرها في هذه الدالة لنطلق عليها دالة الموجة الصغيرة (الموجة)، وهي:

(1) إن تكامل الدالة $\psi(t)$ على الفترة $(-\infty, \infty)$ يجب أن يساوي الصفر، أي أن:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \quad \dots(2.10.2)$$

وهذا الشرط يضمن أن ذبذبات الموجة الصغيرة يجب أن تكون متوازنة أعلى وأدنى الصفر

(2) تكامل مربع الدالة $\psi(t)$ على الفترة $(-\infty, \infty)$ يجب أن يساوي الواحد، أي أن:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)^2 dt = 1 \quad \dots(2.10.3)$$

حيث: E تسمى خاصية طاقة الوحدة (*Unit Energy*) أي أن لكل قيمة صغيرة مثل

$(0 < \varepsilon < 1)$ هناك فترة محددة $(-T, T)$ لعرض محدد (*Finite Width*) وصغير مقارنة

بالفترة $(-\infty, \infty)$ بحيث إن:

$$\int_{-T}^T \psi^2(t) dt > 1 - \varepsilon \quad \dots(2.10.4)$$

ويعني أيضاً:

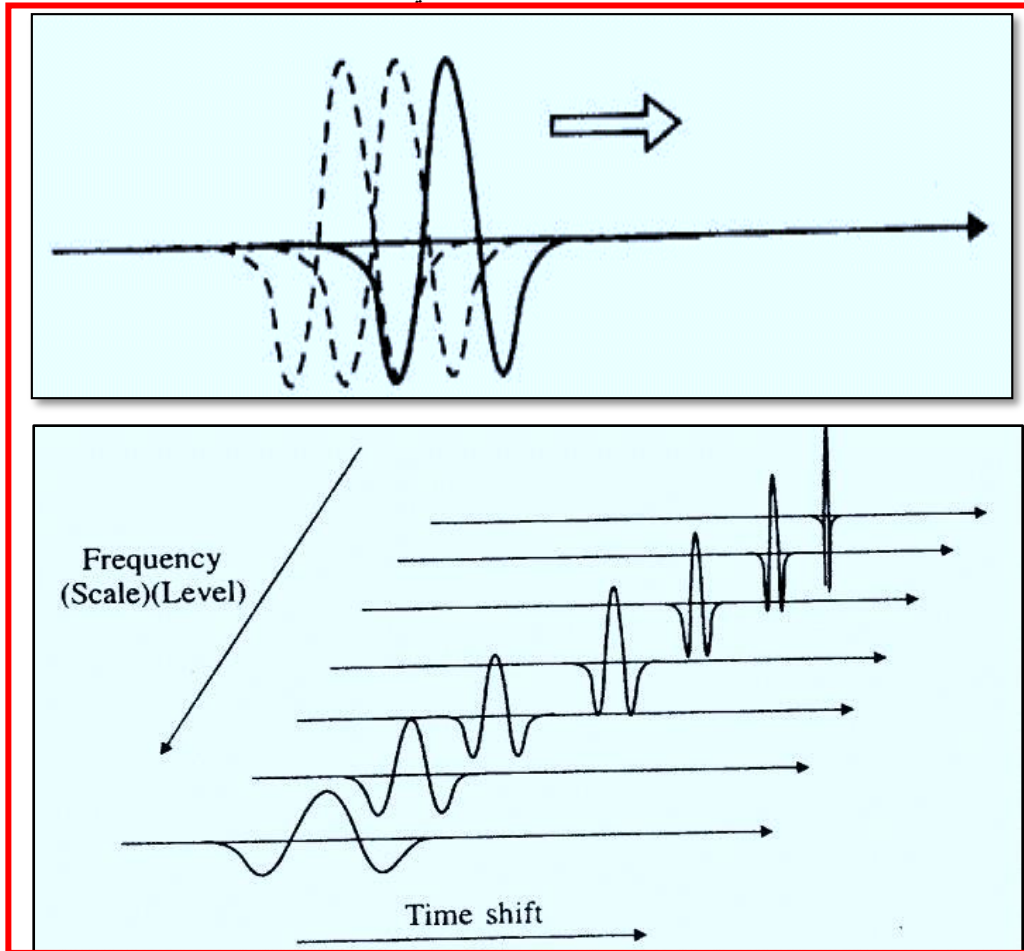
$$\int_{-\infty}^{-T} \psi^2(t) dt + \int_T^{\infty} \psi^2(t) dt < \varepsilon \quad \dots(2.10.5)$$

وهذا الشرط يضمن أن أغلب المتموجات في $\psi(t)$ هي محتواه في جزء من الفترة (Some Interval) ولعرض محدد، أي أن الموجة محدودة الطاقة.

(3) الدالة $\psi(\cdot)$ يجب أن تكون قابلة للسماح (Admissible) وهو شرط تقني مطاط (قابل للتعديل) للصياغة الرياضية وليس له أهمية في التطبيقات العملية.

ويتم معالجة الموجة بطريقتين: الأولى الانتقال على امتداد المحور السيني أي تحريك السلسلة لموقع أبعد يميناً أو يساراً حسب الإشارة، والثانية عن طريق التغير في الحجم حيث تزداد السلسلة تمداً، كما هو موضح في الشكل (2.7) للطريقتين على التوالي: [72]

شكل (2.7)
أشكال التغير المويجي



2.10.2 عائلات الموجات: Wavelet Families

هناك عدد من الموجات المستخدمة في التحويلات المويجية، أهمها موجة هار (*Haar*) و (*Daubechies*) واللذان يمثلان الركن الأساسي لتمهيد الطريق في التحويلات المويجية، وسيتم تناول موجة (*Haar*) بشيء من التفصيل: [15] [69]

1. موجة هار (*Wavelet Haar*) (1909)

هي أول وأقدم وأشهر والأكثر بساطة وأفضل موجة تم استخدامها وقد صممت من قبل (*Alfred Haar*) في عام 1909م فهي فضلاً عن أنها تبرز عدة خصائص للموجات، مثل خاصية التذبذب (*Oscillation*)؛ فهي تتذبذب صعوداً وهبوطاً، وخاصية الارتكاز المرصوص (*Compactly Supported*) وهي صفة لا تتمتع بها كل الموجات، وتعرّف الموجة الأم (*Mother Wavelet*) رياضياً كالاتي: [14] [72]

$$\psi_{a,b}(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{elseswhere} \end{cases} \quad \dots(2.10.6)$$

أما دالة القياس (*Scaling Function*) والتي تمثل الموجة الأب فيتم تمثيلها رياضياً بالشكل:

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{elseswhere} \end{cases} \quad \dots(2.10.7)$$

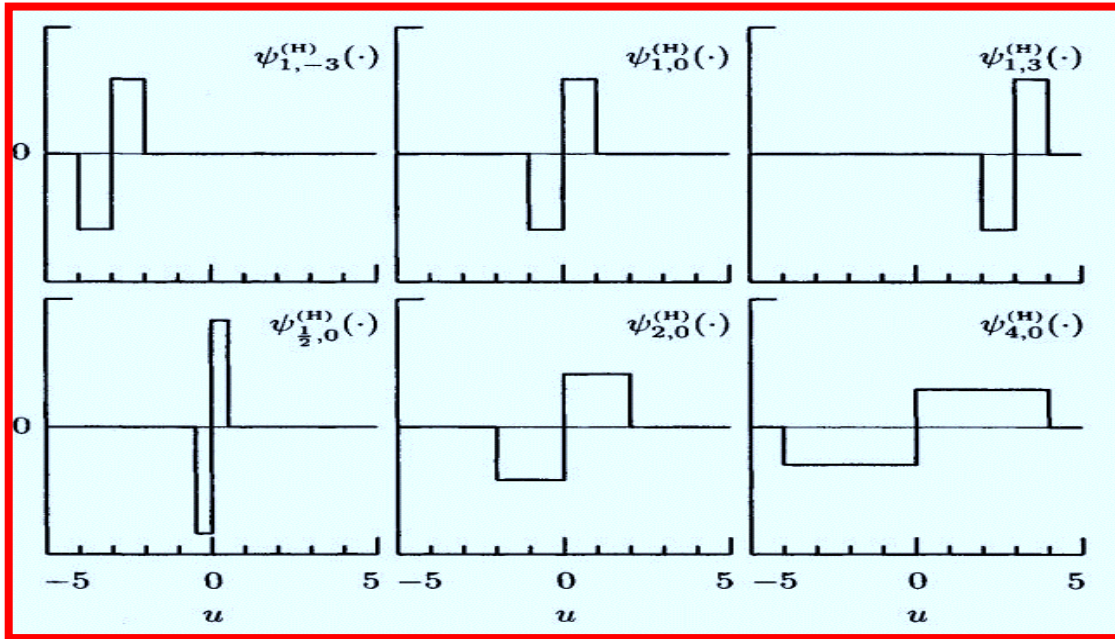
وتتملك هذه الموجة الخصائص التالية:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \quad \dots(2.10.8)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)^2 dt = 1 \quad \dots(2.10.9)$$

والشكل (2.8) يوضح الموجة الصغيرة *Haar* على قياسات مختلفة وعند أزمنة مختلفة.

شكل (2.8)
موجة Haar على قياسات مختلفة وأزمنة مختلفة



2. موجة Daubechies : Wavelet Daubechies

تعد الباحثة (Ingrid Daubechies) واحدة من ألمع الباحثين في مجال التحويل المويجي، فقد ابتكرت ما يسمى بـ *Compactly supported orthonormal wavelets* الموجات المتعامدة ذات الارتكاز المرصوص، حيث جعلت تحليل الموجة المتقطع قابلاً للتطبيق العملي.

2.10.3 أنواع التحويلات المويجية: Types Wavelet Transforms

يوجد عدد كبير من التحويلات المويجية تتلاءم مع كل التطبيقات المختلفة، ولكن كل هذه

الأنواع تنطوي تحت نوعين رئيسيين هما: [36]

1. التحويل المويجي المستمر (CWT) *(Continous Wavelet Transform)*

2. التحويل المويجي المتقطع (DWT) *(Discrete Wavelet Transform)*

ومع ذلك، من الناحية العملية، تكون السلسلة الزمنية منفصلة ومناسبة للتحلل بواسطة تحويل الموجات المنفصلة حيث ينتج كمية كافية من المعلومات، مع المحافظة على المعلومات الأساسية الواصفة للسلسلة أي دون خسارة معلومات مهمة، وهو ما سيتم توضيحه في النقطة التالية.

2.10.3.1 التحويل المويجي المتقطع (DWT) Discrete Wavelet Transform

يعتبر التحويل المتقطع للموجة من أهم التحويلات المستخدمة في الموجات؛ نظراً لتطبيقاته الواسعة والمتعددة في شتى المجالات العملية فضلاً عن استخداماته النظرية في مختلف العلوم وخصوصاً في موضوع تحليل السلاسل الزمنية. [13] [69]

وفي عملية التحويل المويجي المتقطع DWT يتم تجزئة السلسلة الأصلية أو البيانات إلى مركبتين تضم الأولى الموجة الأم (Mother Wavelet) وهي تمثل التردد المنخفض (Law Frequency) وتعرف كذلك بالجزء التقريبي (Approximation part) أو معاملات التقريب (التمهيد) لأنها تعطي البيانات بشكلها الموحد، في حين تضم المركبة الثانية الموجة الأب (Father Wavelet) وهي الترددات العالية (High Frequency) وتمثل عادةً التشويش في البيانات والتي تكون غير مرغوب بها وهي معاملات المويجية والتي تعبر عن سلسلة التفاصيل (Details).

فإذا فرضنا أن $X = [x_0 \quad x_1 \quad \dots \quad x_{N-1}]^T$ متجه مشاهدات السلسلة الزمنية المتقطعة وأن W مصفوفة مربعة ذات بعد $(N \times N)$ تمثل عناصر موجة صغيرة متقطعة متعامدة طبيعية، فإن متجه معاملات (DWT) نحصل عليه من الصيغة الآتية:

$$W = wX \quad \dots(2.10.10)$$

يمكن تجزئة متجه معاملات (DWT) إلى مركبتين رئيسيتين:

$$W = [W_1 \quad W_2 \quad \dots \quad W_{J_0} \quad V_{J_0}]^T \quad \dots(2.10.11)$$

حيث إن $(W_j ; j=1,2,\dots,J_0)$: تمثل المركب الأول والذي يحوي على $(N_j = N/2^j)$ معاملات الموجة الصغيرة والتي تعبر عن معاملات التفاصيل (Details) المتكونة من خلال حساب الاختلافات في المعدلات عند القياس $(\tau_j = 2^{j-1})$ ويرمز لها اختصاراً CD بينما (V_{J_0}) تمثل المركب الثاني الذي يحوي على $(N_{J_0} = N/2^{J_0})$ معاملات قياس والتي تعبر عن معاملات التقريب (Approximation) المتكونة من حساب المعدلات عند القياس $(\lambda_{J_0} = 2^{J_0})$ ويرمز لها اختصاراً CA ، حيث إن:

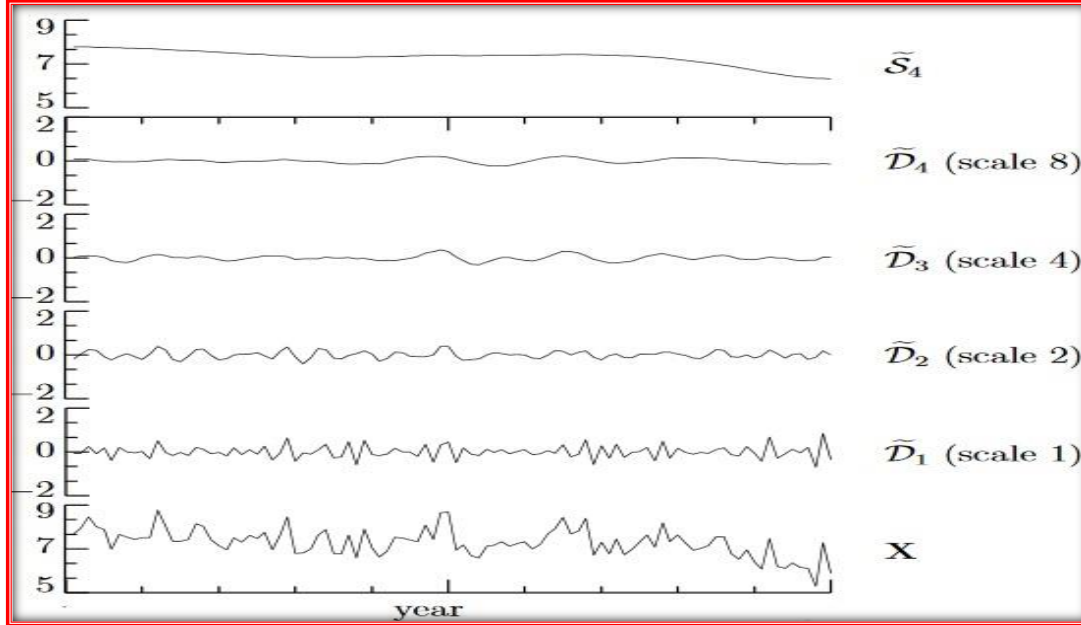
$$\sum_{J=1}^N W_{J,t} + V_{J,t} = X_t \quad \dots(2.10.12)$$

والشكل (2.9) يوضح سلسلة زمنية لمشاهدات متقطعة مع الزمن تم استخدام التحويل المويجي المتقطع عن طريق موجة Haar والتي تتذبذب حول الصفر عند قياسات مختلفة (1,2,4,8) تمثل

أربعة مستويات ($J_0 = 4$) وعلى فرض أن: $W_j \equiv \tilde{D}_j$; $V_{J_0} \equiv S_{J_0}$ [69]

شكل (2.9)

السلسلة الزمنية وما يقابلها من معاملات التفصيل والتقريب لمعاملات (DWT) هار



ومع ذلك فإن التحويل المتقطع DWT لديه بعض القيود، منها: [57]

- 1- حجم العينة يجب أن يكون ذات أساس 2 أي $N = 2^{J_0}$
- 2- يقل عدد مكونات الموجات W_j ذات المستوى j بمقدار 2 في كل مرحلة j بحيث لا يمكن استخدام معاملات الموجات ذات المستويات الأعلى لأغراض الاستدلال.
- 3- تشترط التعامد الطبيعي *Orthonormal*
- 4- التحويلات لا ترتبط بمرشحات المرحلة صفر ما يجعل من الصعب ضبط الخصائص مع السلاسل الزمنية الأصلية.
- 5- معاملات الموجات تفتقر إلى ثبات الإزاحة *shift-Invariant*، أي التحويل المويجي للإشارة والتحويل المويجي لنسخة مزاحة للإشارة نفسها يكون مختلف بشدة.
- 6- لا يتغير مع الزمن، حيث إن غالبية إشارات العالم الواقعي تكون غير مستقرة لذا يفضل الحصول على تحويل مويجي يتغير مع الزمن.

ويمكن التغلب على أوجه القصور باستخدام أقصى تداخل للتحويل مويجي متقطع أو ما يسمى التحويل المويجي المتقطع ذات الفائض العال *Maximal overlap discrete wavelet*

transform ويرمز له (*MODWT*) وهو مشابه تماماً للتحويل المويجي المتقطع *DWT*، ويمتلك خصائص تجعله ملائماً لمعظم التطبيقات العملية، وتكون معاملات الموجات هي نفسها دائماً؛ لذا هي أكثر ملاءمة للنمذجة في السلاسل الزمنية مقارنة مع *DWT*، وهذا التحويل يعتبر ذات فائض عالٍ (*Highly Redundant*) من المعلومات الغزيرة التي يوفرها حول البيانات.

2.11 استخدام التحويل المويجي في تحليل السلاسل الزمنية

Use Wavelet Transform in the Analysis of Time Series

في السلاسل الزمنية نحتاج للاحتفاظ بمعلومات عن الزمن والتكرارات، وللقيام بذلك يمكن استخدام المويجيات، حيث يتم تحديد التكرارات من خلال تحديد موقعها في المجال الزمني، ويتحقق ذلك عن طريق تحليل الإشارة إلى عدد من السلاسل وتحدد فيها الأنماط والتكرارات في البيانات على فترات زمنية مختلفة. [78]

وكما هو معروف فإن أغلب السلاسل الزمنية تعاني من عدم الاستقرارية بمتوسط وتباين غير ثابتين مما يؤدي إلى تعقيد عملية التنبؤ، وإضافة إلى وجود طرق تؤدي إلى استقرار السلسلة الزمنية في التباين فإن هناك التحويل المويجي، حيث تؤدي منهجية استخدام المويجات إلى تقسيم بيانات السلسلة الزمنية الأصلية إلى مجموعتين إحداهما سلسلة تقريبية (تمهيد) (*approximation series*) والأخرى سلاسل تفاصيل (*details series*)، ويكون متوسط السلسلة الفرعية الناتجة أكثر استقراراً و يصبح التباين بدون القيم المتطرفة، وبالتالي زيادة في دقة التنبؤ، وهذا يجعل قيم التنبؤ أكثر دقة وموثوقة. [95]

وتؤثر الضوضاء في بيانات السلاسل الزمنية بشكل كبير على دقة التنبؤات؛ لأن أساليب *ARIMA* لا يمكنها استخدام البيانات غير المستقرة دون أن يتم معالجتها والعمل على استقرارها، ولحل هذه المشكلة يُقترح نموذج يستند إلى تقليل الضوضاء. [96]

وتتمثل الفائدة الرئيسية للتنبؤ بالسلسلة الزمنية باستخدام التحويل المويجي في أن كل سلسلة من مستويات تحلل أو تفكك السلسلة لها نفس العلاقات الأساسية التي تسمح بمحاذاة المعاملات المتفككة بشكل أكثر سهولة ودقة ونمذجة مع *ARIMA* بسبب وجود معاملات أكثر عند كل مستوى من مستويات التحلل لاستخدامها في نموذج *ARIMA*. [78]

ويمكن تفكيك السلسلة الزمنية إلى عدد لانهائي من المركبات، ولكن سيصبح الأمر غير منطقي؛ لأن ذلك ينتج عدد لا نهائي من المعلمات الواجب تقديرها؛ لذا يتم بدلاً عن ذلك الاكتفاء بعدد محدود من العدد الأمثل لمستويات التحلل. [10]

ولذلك يتم اختيار العدد الأمثل لمستويات التحلل الذي يعد أحد مفاتيح تحديد أداء النموذج في

مجال الموجات، وذلك عن طريق استخدام الصيغة التالية: [106]

$$L = \text{int}[\log(N)] \quad \dots (2.11.1)$$

وتعني int عدد صحيح للوغار يتم حجم العينة، حيث:

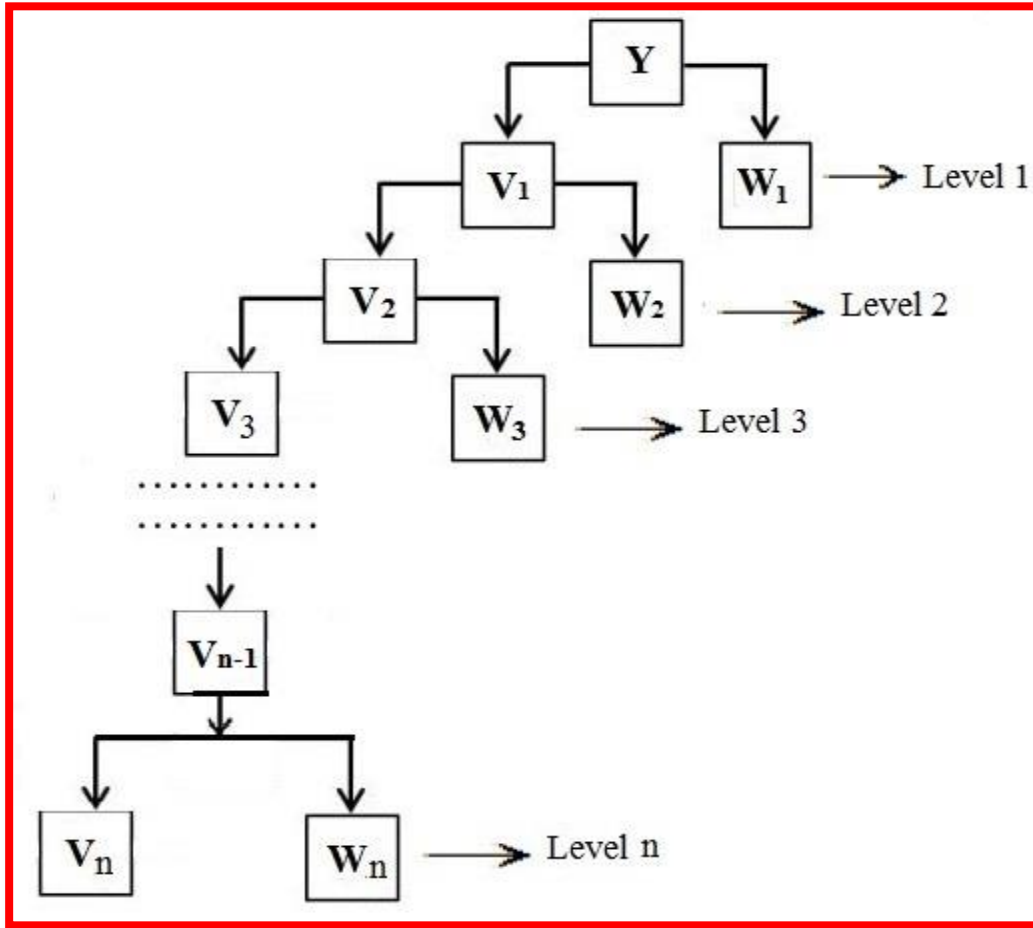
L : عدد مستويات التحلل

N : طول السلسلة الزمنية

والشكل (2.10) يوضح مستويات التحلل للسلسلة الزمنية إلى n مستوى: [99]

شكل (2.10)

مستويات تحلل السلسلة الزمنية



ومن الشكل (2.10) فإن السلسلة الزمنية الأصلية يتم تفكيكها في المرحلة الأولى إلى سلسلة

تفاصيل W_1 وسلسلة تمهيد V_1 ، ويستمر تحلل سلسلة التمهيد V_1 إلى سلسلتين أخرى تمثل إحداها

سلسلة تفاصيل W_2 والأخرى سلسلة التمهيد V_2 ، حيث يستمر تحلل سلسلة التمهيد إلى سلسلتين

أيضاً، وهكذا إلى أن يتم الوصول إلى العدد الأمثل للتحلل.

أي أن معاملات سلسلة التمهيد تتحلل مراراً وتكراراً في نفس الشكل بواسطة مرشح المويجات إلى غاية الوصول لمستوى معين من التحلل.

حيث إن السلسلة الزمنية الأصلية تساوي مجموع سلاسل التمهيد والتفاصيل، أي:

$$Y_t = W_1, W_2, \dots, W_p, V_p \quad \dots(2.11.2)$$

وهناك عدد من المنهجيات التي يتم استخدامها في السلاسل الزمنية، في أولى خطواتها يتم على إجراء التحويل المويجي للبيانات باستخدام التحويل المويجي المتقطع DWT أو $MODWT$ ، وهنا سيتم استخدام طريقتين سوف توضحان تالياً.

2.11.1 الطريقة الأولى: Wavelet-ARIMA-1

يتم تنفيذ هذه الطريقة وفق الخطوات التالية: [100]

- 1- استخدام التحليل المويجي المتقطع ذات الفائص العالي $MODWT$ لتحليل السلسلة الزمنية الأصلية إلى سلسلة تفاصيل وسلسلة تمهيد. $W_1, W_2, \dots, W_p, V_p$
- 2- تحوي سلسلة التفاصيل المتحللة مكون التردد الأعلى بين المكونات الأخرى W_1 وبالتالي يُهمل هذا المكون ويستخدم كل من W_2, \dots, W_p, V_p لإعادة بناء السلسلة.
- 3- استخدام معكوس التحويل المويجي $Inverse MODWT$ على السلسلة:

$$Y^* = WT^{-1}\{W_2, \dots, W_p, V_p\}$$

- 4- تطبيق نموذج $ARIMA$ على السلسلة الزمنية المعاد بناؤها Y^*
- 5- مقارنة القيم الأصلية للسلسلة الزمنية مع التنبؤات الناتجة من السلسلة الزمنية المعاد بناؤها باستخدام معايير دقة التنبؤ.

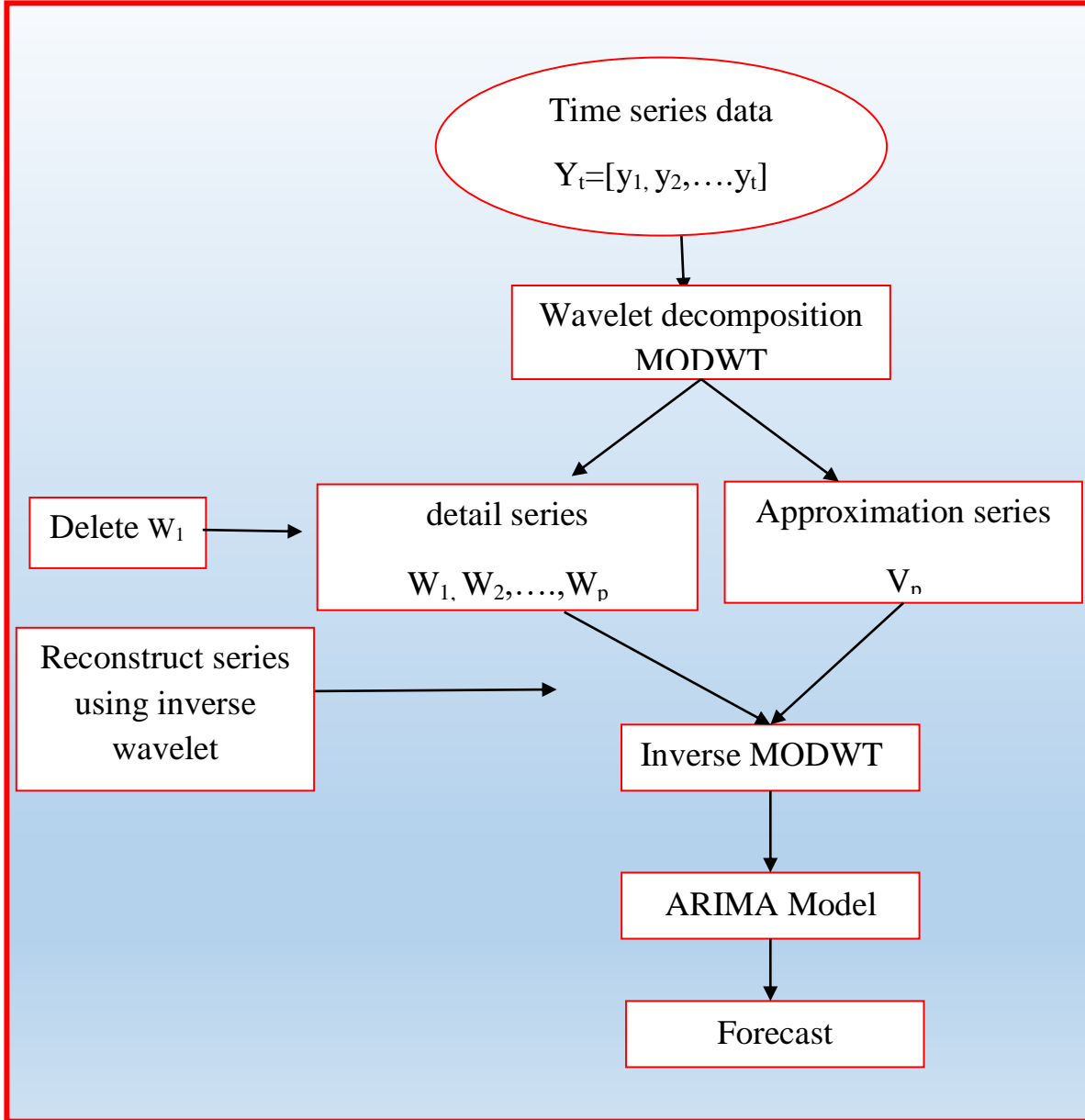
2.11.2 الطريقة الثانية: Wavelet-ARIMA-2

هذه الطريقة مقدمة من قبل (Conejo et al, 2005) وتتضمن الخطوات التالية: [90]

- 1- استخدام $MODWT$ لتحليل السلسلة الزمنية الأصلية إلى سلسلة تمهيد (تقريب)، ومجموعة سلاسل تفاصيل
- 2- بعد تحلل السلسلة يتم تنفيذ جميع الخطوات التكرارية لمراحل نموذج $ARIMA$ لكل من سلسلة التمهيد وسلاسل التفاصيل والتنبؤ بالقيم المستقبلية بكل جزء على حده.
- 3- إعادة بناء السلسلة الزمنية من القيم التنبؤية في الخطوة السابقة
- 4- استخدام معكوس المويجة للسلسلة المعاد بناؤها ومقارنة القيم المتحصل عليها من المعكوس مع القيم الأصلية للسلسلة الزمنية باستخدام معايير دقة التنبؤ.

ويتم تطبيق خطوات الطريقتين السابقة وفقاً للخوارزميات الموضحة في الشكلين (2.11) و(2.12)، حيث يوضح الشكل (2.11) الطريقة الأولى *Wavelet-ARIMA-1* والشكل (2.12) الطريقة الثانية *Wavelet-ARIMA-2*

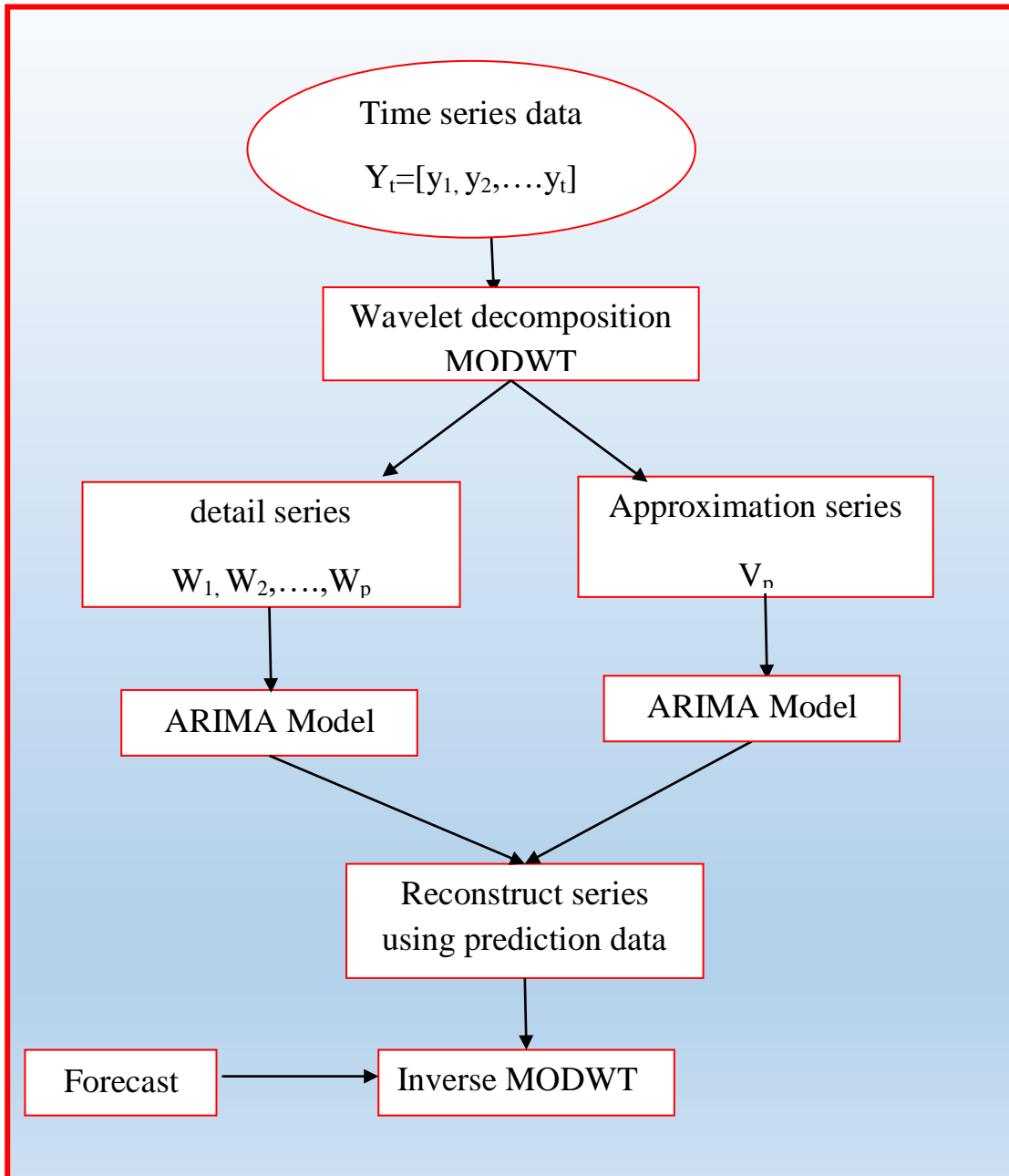
شكل (2.11)

خوارزمية التحليل باستخدام *Wavelet-ARIMA-1*

إعداد الباحث اعتماداً على الخطوات المذكورة في الطريقة الأولى

شكل (2.12)

خوارزمية التحليل باستخدام Wavelet-ARIMA-2



إعداد الباحث اعتماداً على الخطوات المذكورة في الطريقة الثانية

2.12 مقاييس دقة التنبؤ: *Measuring Forecast Accuracy*

إن الهدف الأساسي من عملية التنبؤ هو الحصول على تنبؤات مستقبلية للظاهرة محل الدراسة عن طريق النموذج الذي تم تقديره بأقل خطأ ممكن، ويُعد قياس دقة التنبؤ من أهم المراحل في تقييم النموذج للأغراض المستقبلية، ويمكن تعريفها بأنها حسن المطابقة (*Goodness of fit*) أو مدى قدرة النموذج على التنبؤ، ومن المعلوم عند تقدير التنبؤ لأي سلسلة زمنية تحصل أخطاء في كل فترة زمنية بين القيم الحقيقية والمنتبأ بها، وتعتبر قيمة الأخطاء مقياس لمدى دقة التنبؤ، ويتم اختيار النموذج الذي يمثل البيانات بشكل ملائم وذلك اعتماداً على مقاييس دقة التنبؤ، وتعتمد معظم هذه المعايير على مفهوم الفرق بين القيم الأصلية والقيم المقدرة ويدعى هذا الفرق بالبقاقي فكلما كان مقدار الفرق أقل كان النموذج أفضل ودل ذلك على اقتراب القيم المنتبأ بها من القيم الحقيقية، أي أن التنبؤ الأمثل هو الذي يكون فيه حجم الخطأ أقل ما يمكن، ومن خلال هذه المعايير يمكن المقارنة بين الطرائق المختلفة للتنبؤ بالسلاسل الزمنية وهذه المعايير هي: [8] [61] [66]

1-متوسط خطأ التنبؤ (*Mean Forecast Error (MFE)*)

هو مجموع الفرق بين القيم الحقيقية للسلسلة والقيم المتوقعة مقسوماً على حجم عدد المشاهدات (حجم السلسلة الزمنية)، ويعرف بالشكل التالي:

$$MFE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t \quad \dots(2.12.1)$$

حيث:

$$e_t = (Y_t - \hat{Y}_t) : \text{يمثل الخطأ أو البواقي } Residuals.$$

n : حجم العينة (عدد بيانات السلسلة).

Y_t : القيم الفعلية للظاهرة.

\hat{Y}_t : القيم المقدرة للظاهرة.

يقيس هذا المعيار متوسط الانحراف للقيم المتوقعة عن القيم الفعلية، وهو يدل على اتجاه الخطأ، وإذا بلغت قيمته صفراً فهذا لا يعني أن التنبؤات مثالية، أي لا تحوي أخطاء، بل تشير فقط إلى أن التنبؤات ملاءمة.

هذا المقياس لا يمكن الاعتماد عليه كثيراً فقد يعطي قيمة صغيرة إذا كانت الأخطاء الموجبة تساوي تقريباً الأخطاء السالبة.

2- متوسط الانحرافات المطلقة (MAD) *Mean Absolute Deviation*

يسمى هذا المقياس أيضاً بمتوسط الخطأ المطلق (MAE) وهو مجموع القيم المطلقة للخطأ مقسوماً على عدد المشاهدات للسلسلة الزمنية، والصيغة الخاصة بحساب هذا المعيار هي:

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |Y_t - \hat{Y}_t| = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |e_t| \quad \dots(2.12.2)$$

ويختلف هذا المقياس عن متوسط خطأ التنبؤ MFE بجعله الانحرافات موجبة؛ لأنه يأخذ القيمة المطلقة للأخطاء ثم يجمعها وبذلك يشير إلى حجم الأخطاء.

3-متوسط مربعات الخطأ (MSE) *Mean Square Error*

إن الهدف من عملية التنبؤ هو الحصول على تنبؤ للقيم المستقبلية للسلسلة الزمنية بأقل خطأ قدر الإمكان، وعلى هذا فإن التنبؤ الأمثل هو التنبؤ الذي له أقل متوسط لمربعات خطأ التنبؤ. ويُعد هذا المقياس شائع الاستخدام لقياس دقة ملائمة قيم السلاسل الزمنية لإمكانية مقارنته للعديد من النماذج حيث يستخدم عدد القيم المتنبأ بها كمقام للمعادلة بغض النظر عن النموذج المستخدم، والصيغة الخاصة بحساب هذا المعيار هي:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2 \quad \dots(2.12.3)$$

ويتميز هذا المقياس عن سابقه بأنه يعطي أهمية أكثر للأخطاء الكبيرة؛ لأنه يربع هذه الأخطاء ثم جمعها وقسمتها على عددها، وفي بعض الحالات نعتمد على مجموع مربع الانحرافات فقط للمقارنة بين نموذجين للتنبؤ، حيث نختار النموذج ذو مجموع المربعات الأقل، كما يمكن أن نأخذ الجذر التربيعي لهذا المقياس فنحصل على مقياس آخر هو الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الخطأ.

4- الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الخطأ (RMSE) *Root Mean Square Error*

يقيس (RMSE) جذر متوسط مربعات الخطأ وذلك عن طريق أخذ الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) والذي يعطى من العلاقة التالية:

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2} \quad \dots(2.12.4)$$

5- متوسط الأخطاء النسبية (MPE) *Mean Percentage Error*

تعتبر قيم التغير النسبي إحدى أدوات تحليل السلاسل الزمنية، وبصورة أكثر دقة متوسط القيم النسبية المطلقة لنسب التغير المئوية حيث يتم إيجاد نسب التغير المئوية لكل قيمة من قيم الفترات الزمنية، ويعطى هذا المعيار من العلاقة التالية:

$$MPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left(\frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t} \right) \times 100 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left(\frac{e_t}{Y_t} \right) \times 100 \quad \dots(2.12.5)$$

وتستخدم هذه الصيغة لمعرفة التحيز في الأخطاء نحو السالب أو الموجب، وكلما كانت قريبة من الصفر فإن هذا يشير إلى دقة النموذج في التنبؤ.

6- متوسط الأخطاء النسبية المطلقة (MAPE) *Mean Absolute Percentage Error*

يعرف هذا المقياس أيضاً بإسم متوسط الانحرافات النسبية المطلقة (MAPD)، إذ يتم حساب مجموع متوسط كل قيمة مطلقة مقدرة إلى القيمة الفعلية، ويتم قسمة المجموع على عدد بيانات الظاهرة أو السلسلة.

والنموذج الذي يعطي أقل نسبة مطلقة للأخطاء (MAPE) هو الأفضل، وعادة ما تعبر الدقة كنسبة مئوية، ويحسب بالصيغة الآتية.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t} \right| \times 100 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{e_t}{Y_t} \right| \times 100 \quad \dots(2.12.6)$$

وتجدر الإشارة إلى أن المقارنة تتم بين كل النماذج على كل مقياس من هذه المقاييس، والنموذج الذي يأخذ أقل القيم على هذه المقاييس يعتبر هو النموذج الأكثر اتفاقاً من بيانات السلسلة والذي سيتم اعتماده، فكلما كانت قيمة المقياس أصغر كان ذلك دلالة على فعالية النموذج، فالقيم الصغيرة تشير إلى تقارب القيم المتنبأ بها والقيم الحقيقية.

وإن المقاييس المذكورة في مرحلة التشخيص في منهجية بوكس-جينكوز وهي معيار معلومات اكيك (AIC) ومعيار معلومات بيز (شوارز) (BIC) يمكن استخدامها أيضاً في اختيار النموذج الأفضل في نماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي (ETS)، وذلك لاختيار النموذج الأفضل من بين مجموعة النماذج المقترحة، ولكن عند المقارنة بين أساليب مختلفة لتحليل السلسلة فإنه يتم استخدام مقاييس دقة التنبؤ سابقة الذكر.

وبناءً على ما سبق سيتم يتم في هذه الدراسة إجراء المقارنة بين النماذج المختلفة وفق التقسيم

الآتي:

- إجراء المقارنة باستخدام معايير معلومات اكاكي (AIC) ومعيار معلومات بيز (شوارز) (BIC) وذلك للنماذج التي تنتمي إلى نفس أسلوب التحليل.
- إجراء المقارنة باستخدام معايير متوسط خطأ التنبؤ (MFE)، ومتوسط مربعات الخطأ (MSE)، ومتوسط القيم المطلقة للخطأ (MAE)، ومتوسط نسب القيم المطلقة للخطأ (MAPE)، وذلك بين النماذج التي تنتمي إلى أساليب مختلفة للتحليل.

الفصل الثالث

الإطار التطبيقي للدراسة

استخدام نماذج السلاسل الزمنية في التنبؤ باستهلاك المياه

مقدمة:

يهتم هذا الفصل ببناء نموذج للتنبؤ باستهلاك المياه في محافظة عدن استناداً إلى بيانات الاستهلاك الشهري في المحافظة للفترة من يناير 2007 – ديسمبر 2016 والتي حصلنا عليها من المؤسسة المحلية للمياه والصرف الصحي-عدن، حيث سيتم أولاً تقديم نبذة مختصرة عن واقع المياه في الجمهورية اليمنية وتسليط الضوء على واقع المياه في محافظة عدن باستخدام بعض المؤشرات الإحصائية، وبعد ذلك سيتم تطبيق الأساليب التي تم ذكرها في الجانب النظري والمتمثلة في نماذج بوكس-جينكنز، وتمثيل هذه النماذج باستخدام فضاء الحالة، وبعد ذلك يتم استخدام طرائق التمهيد الأسي وكذا نماذج فضاء الحالة للتمهيد الأسي، وبعد ذلك سيتم المقارنة بين النماذج التي تم تقديرها في الطرق السابقة لاختيار أفضل نموذج منها لتطبيق مرشح كالمن عليه، ثم تقدير متجه الحالة وتباين متجه الحالة، ومن ثم سيتم استخدام التحويل المويجي المتقطع على بيانات استهلاك المياه الشهرية ثم تطبيق نماذج ARIMA على البيانات الناتجة من عملية التحلل وذلك باستخدام طريقتين مختلفتين لهذه النماذج *Wavelet-ARIMA*، وبعد ذلك يتم المقارنة بين مرشح كالمن والنماذج المقدره من طريقتي *Wavelet-ARIMA*، باستخدام معايير دقة التنبؤ، وأخيراً سوف يستخدم النموذج الأفضل من بين النماذج السابقة في التنبؤ باستهلاك المياه للفترة يناير 2017-ديسمبر 2019م.

3.1 واقع المياه في الجمهورية اليمنية:

يُعد الماء عنصراً أساسياً وضرورياً للحياة بمختلف أشكالها على سطح الأرض، ويحتاج الإنسان في حياته اليومية إليه في الشرب والاستخدامات الأخرى، حيث يشكل الركيزة الأساسية لمختلف نشاطات التنمية الاجتماعية والاقتصادية، وإن توفر المياه وإدارتها بصورة جيدة تمثل الأساس لخطط التنمية.

وقد أهتم الإنسان منذ القدم بالمياه انطلاقاً من واقع حياته اليومية فكان يقدسها باعتبارها مصدر الحياة من ناحية وخطراً يهدد حياته من ناحية أخرى، وهكذا أصبحت المياه منذ النشأة الأولى للإنسان على سطح الأرض هي العامل الرئيس الذي يتحكم في توزيعه وانتشاره، حيث يُعد أحد الموارد الطبيعية المتجددة على كوكب الأرض، ويقدر الحجم الكلي للماء بحوالي (1360) مليار م³، (97%) من هذا الحجم موجود في البحار والمحيطات، وما تبقى منها (3%) مياه عذبة، تلتها محبوسة في جبال وأنهار جليدية، و(1%) تمثل مياه جوفية صالحة للاستخدامات البشرية. [38]

وتعاني الدول العربية من ضغط شديد على مواردها المائية المتاحة التي تمثل الموارد المائية المتجددة فيها حوالي (0.5%) من جملة تلك الموارد على المستوى العالمي، ويعد وضعها الأسوأ في العالم من حيث نصيب الفرد الذي يبلغ في المتوسط (814) م³ سنوياً مقارنة مع (7000) م³ سنوياً للفرد على المستوى العالمي، ومن المتوقع أن يزداد الوضع المائي العربي تازماً في المستقبل نتيجة لزيادة الطلب على المياه بسبب النمو السريع للسكان، ومن المتوقع أن ينخفض معدل نصيب الفرد إلى حوالي (667) م³ سنوياً في عام 2025م، وبذلك يكون دون مستوى خط الفقر المائي حسب التصنيفات الدولية، علماً بأن المعدلات محسوبة على كمية الموارد المتاحة من المياه وليست كلها قابلة للاستغلال فنياً واقتصادياً مما يزيد من درجة خطورة الوضع، لذلك لا بد أن يحتل موضوع المياه مكان الصدارة في البرامج الإنمائية العربية لمواجهة التحديات التي تقف وراء أزمة المياه. [43]

وتعتبر اليمن من أكثر الدول النامية التي تواجه التحدي المتمثل بندرة الموارد المائية، حيث تقع معظم أراضي اليمن ضمن المناطق الجافة وشبه الجافة، وتقدر كميات المياه المستهلكة حوالي (3.4) مليار م³، يتم تغطيتها من مصادر المياه المتجددة بحوالي (2.50) مليار م³ سنوياً، منها (1.5) مليار م³ مياه سطحية، وحوالي (مليار) م³ مياه جوفية، و(28.5) مليون م³ مياه معالجة؛ ولذا فإن هناك عجزاً في المياه يقدر بحوالي (920) مليون م³ سنوياً. [24] [44]

وتصنف اليمن من أفقر دول العالم في الموارد المائية مقارنة بالمعايير الدولية لخط الفقر المائي المتعارف عليه (1000 م³) سنوياً، وقد قدر متوسط نصيب الفرد في اليمن من المياه سنوياً في عام

1990م حوالي (773م³) وهو أقل من الحد المعياري للاستقرار المائي بنحو النصف، ويزداد نصيب الفرد السنوي انخفاضاً ليصل إلى (325) م³ في عام 2000م، وتواصل هذا الانخفاض إلى أن بلغ (84م³) في عام 2010م، أي ما يعادل (8.4%) من الحد الأدنى للمعدل المائي الذي يمكن أن يلبي احتياجات الفرد الأساسية. [25] [30]

3.2 نبذة عن المياه في محافظة عدن:

يواجه قطاع المياه في محافظة عدن العديد من التحديات والمشاكل في سبيل تأمين مصادر المياه، وتلبية احتياجات جميع السكان والمستهلكين من الإمدادات الكافية، والأمنة من مياه الشرب المنزلية، والصناعية، والتجارية، والاستخدامات الأخرى، ومن أهم المشاكل مسألة فاقد الإنتاج الذي يصل في المتوسط إلى حوالي (37%) والذي يضيع هدرًا بسبب تقادم وتدهور كفاءة شبكة توصيلات المياه بين حقول الإنتاج والمستهلكين في المحافظة. [18]

وقديماً كان اعتماد السكان على مصادر المياه التقليدية، مثل الآبار المحفورة يدوياً والمنتشرة وسط المحافظة، ومياه الأمطار المتجمعة في صهاريج الطويلة، أو جلبه بالجمال أو الحمير من خارج المحافظة، وفي الوقت الراهن تلبية حاجة المستهلكين من المياه من ثلاثة مصادر رئيسية تتمثل في حقل بئر أحمد -حقل بئر ناصر -حقل تل المناصرة لا يزيد إنتاجها مجتمعة عن (105) ألف م³ في اليوم، هذه المصادر معظمها حقول للمياه الجوفية توجد في الرواسب الفيضية الرباعية في كل من دلتا تبين ودلتا أبين المجاورتين لمحافظة عدن في السهل الساحلي الجنوبي الغربي لليمن، في الوقت الذي تحتاج إلى ما لا يقل عن (123) ألف م³. [18] [24]

وشهدت محافظة عدن منذ عام 1990م نمواً سكانياً وتوسعاً حضرياً لم يكن متوقعاً، حيث تضاعف عدد السكان حتى وصل تقديرهم حسب تعداد 2004م إلى (589,895) نسمة ويشكلون ما نسبته (3%) من سكان الجمهورية اليمنية، وقد ترتب على ذلك زيادة الضغط على الموارد المائية والخدمات، وتناقص نصيب الفرد من المياه من (149) لتر/يوم في عام 1994 إلى حوالي (93) لتر/اليوم عام 2010 ووصل في عام 2016 إلى (60) لتر/اليوم.

إن الزيادة في عدد السكان يؤدي إلى ارتفاع الطلب على المياه وتضخم الفجوة بين المطلوب والمعروض منها، وهذه الزيادة السريعة تستدعي زيادة كمية الطلب على المياه، وهذا يعني ضرورة زيادة كمية المياه المستخرجة من الآبار الجوفية، وبالتالي انخفاض حجم المياه الجوفية وكذا انخفاض في متوسط استهلاك المياه للفرد، وسنستعرض هنا بعض المؤشرات المهمة التي تصف حالة المياه في محافظة عدن.

3.2.1 تطور استهلاك المياه في محافظة عدن:

إن الزيادة في عدد السكان تؤدي بلا شك إلى تطور وارتفاع معدلات الطلب وزيادة معدلات استهلاك المياه، وفي ذات الوقت فإن الزيادة في عدد السكان يؤدي إلى انخفاض في نصيب الفرد من المياه، والجدول (3.1) يوضح تطور استهلاك المياه في محافظة عدن مقارنة مع عدد السكان خلال الفترة 2007-2016:

جدول (3.1)

تطور استهلاك المياه في محافظة عدن خلال الفترة 2007-2016 (م³)

السنة	كمية المياه المستهلكة	عدد السكان	معدل النمو لكمية المياه المستهلكة
2007	23,208,641	640,173	-
2008	23,625,769	661,947	1.80
2009	23,154,485	684,322	-1.99
2010	24,074,532	707,237	3.97
2011	25,640,147	730,525	6.50
2012	25,012,590	751,806	-2.45
2013	24,416,649	773,506	-2.38
2014	23,507,615	*859,246	-3.72
2015	16,196,130	*892,416	-31.10
2016	20,224,886	*926,711	24.87

المصدر / إعداد الباحث بالاعتماد على: *تم تقدير البيانات بالاعتماد على الطريقة الآسية

- كتب الإحصاء السنوي للأعوام 2010-2013

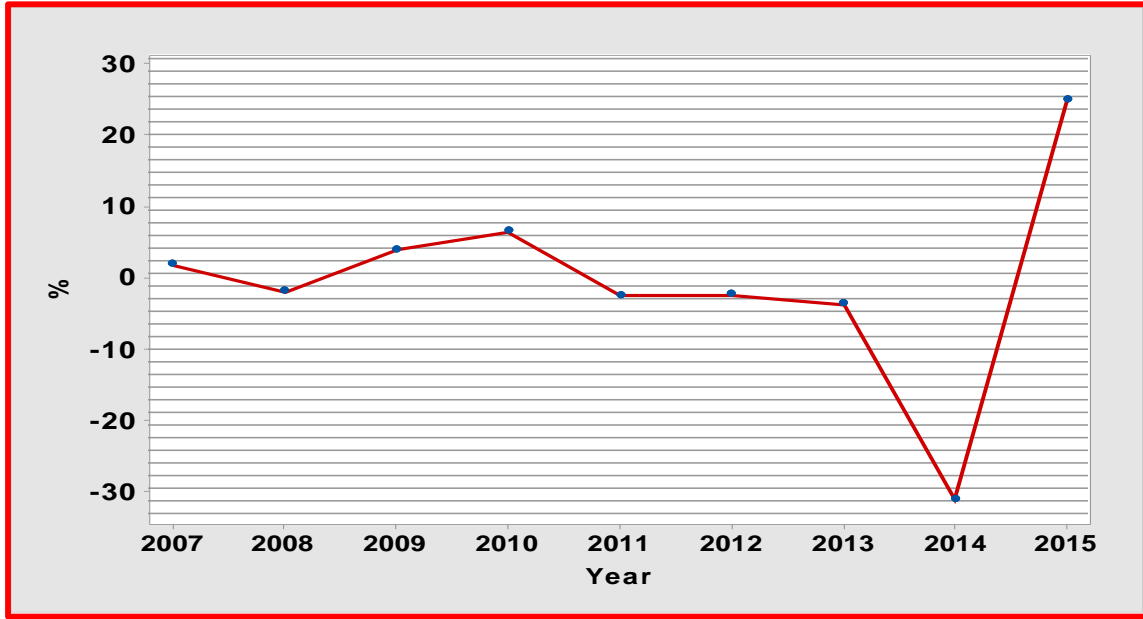
- المؤسسة العامة للمياه، عدن، إدارة التخطيط والإحصاء، النشرة الإحصائية السنوية للأعوام 2007 - 2013م

- المؤسسة العامة للمياه، عدن، إدارة التخطيط والإحصاء، مؤشرات إحصائية 2007-2016م

ينتضح من الجدول (3.1) أن أعلى كمية مستهلكة سجلت عام 2011 حيث بلغت (25,640,147) م³ وأقل كمية سجلت كانت في عام 2015م بمقدار (16,196,130) م³، ونلاحظ أن هناك تذبذباً مع وجود ارتفاعات طفيفة في بعض الأعوام للكميات المستهلكة السنوية، حيث انحصرت كميات المياه بين (20 إلى 25 مليون م³) مع استثناء العام 2015م الذي انخفضت فيه بشكل كبير، وهذا يعود إلى الحرب التي حدثت في عام 2015م والتي أدت إلى توقف الضخ من بعض الآبار، وبالتالي انخفاض الكمية المنتجة من المياه وهو ما انعكس في انخفاض الكميات المستهلكة منه، والشكل (3.1) يوضح معدل نمو الكميات المستهلكة من المياه في محافظة عدن في الفترة 2007-2016م.

شكل (3.1)

معدل نمو الكميات المستهلكة من المياه في محافظة عدن خلال الفترة 2016-2007



المصدر: إعداد الباحث باستخدام برنامج Minitab بالاعتماد على بيانات جدول (3.1)

3.2.2 نصيب الفرد من المياه

تُعد مشكلة الحصول على المياه النقية من أهم المشكلات التي تواجهها الحكومات خاصة التي تعاني من نقص في الموارد المائية، ومن ثم نقص نصيب الفرد من المياه بزيادة عدد السكان، ومحافظة عدن هي إحدى المحافظات التي تعاني من أزمة في المياه لا سيما أن غالبية التموينات تأتي من خارج المحافظة، وفي الوقت ذاته نجد أن هناك زيادة ملحوظة في عدد السكان الأمر الذي انعكس على نصيب الفرد من المياه، والجدول (3.2) يوضح نصيب الفرد (لتر/اليوم) في محافظة عدن في الفترة 2016-2007:

جدول (3.2)

نصيب الفرد من المياه في الفترة 2016-2007 (لتر/اليوم)

السنة	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
نصيب الفرد لتر/اليوم	99	98	93	93	96	92	87	75	50	60
معدل نمو نصيب الفرد	-	1.01	-5.10	0	3.23	-4.17	-5.43	-13.8	-33.3	20

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على:

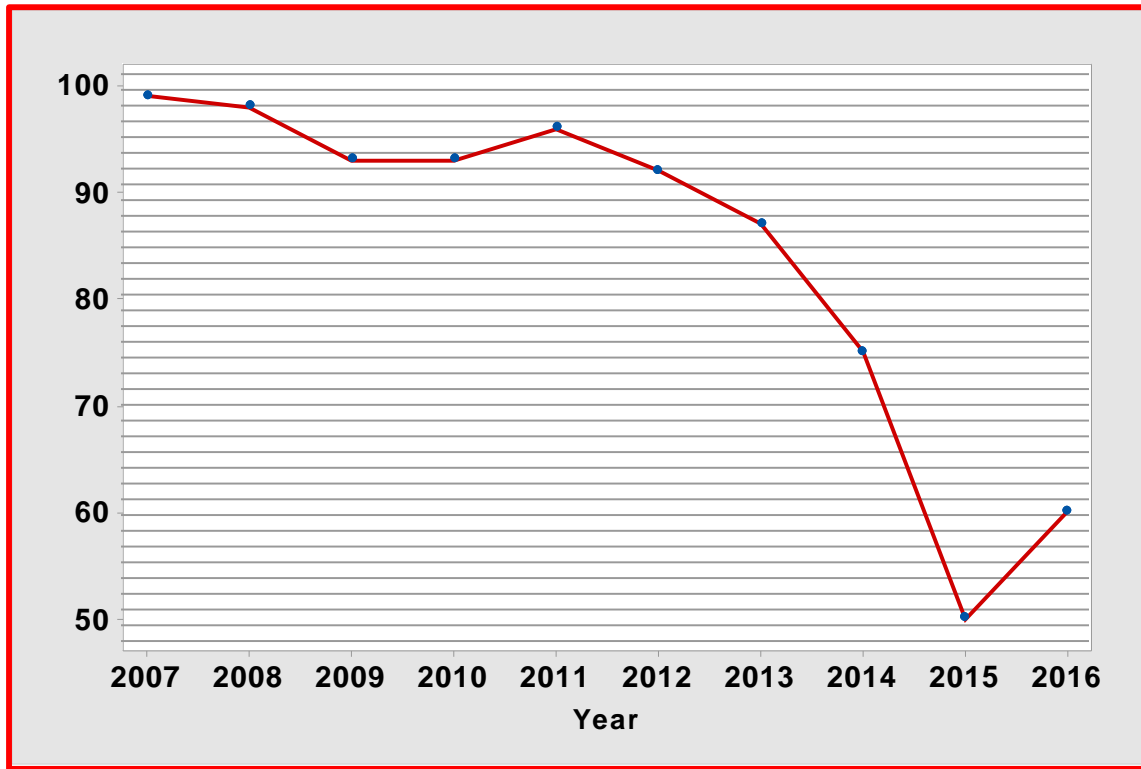
- المؤسسة العامة للمياه، عدن، إدارة التخطيط والإحصاء، النشرة الإحصائية السنوية للأعوام 2007 – 2013م

- المؤسسة العامة للمياه، عدن، إدارة التخطيط والإحصاء، مؤشرات إحصائية 2008-2016م

من الجدول (3.2) نلاحظ انخفاض متوسط نصيب الفرد من المياه وذلك من (99) لتر/اليوم/فرد في عام 2007م إلى (93) لتر/اليوم/فرد في عام 2010م مع وجود ارتفاع طفيف في العام التالي 2011م إلى (69) لتر/اليوم/فرد ولكن استمر هذا الانخفاض إلى أن وصل في عام 2015م إلى (50) لتر/اليوم/فرد وهو أقل نصيب للفرد خلال فترة الدراسة، وارتفع بشكل طفيف في العام التالي 2016م إلى (60) لتر/اليوم/فرد، وهذا يعني أن هناك انخفاض مستمر في متوسط نصيب الفرد من المياه في محافظة عدن ويجب الانتباه لها، والشكل (3.2) يوضح متوسط نصيب الفرد من المياه في محافظة عدن في الفترة 2007-2016م.

شكل (3.2)

متوسط نصيب الفرد في محافظة عدن خلال الفترة 2007-2016م (لتر/اليوم)



المصدر: إعداد الباحث باستخدام برنامج Minitab بالاعتماد على بيانات جدول (3.2)

3.2.3 الاستهلاك القطاعي للمياه:

يختلف استهلاك المياه في محافظة عدن من شريحة لأخرى، إذ أن لكل شريحة من هذه الشرائح خصائص تميزها عن غيرها من الشرائح الأخرى، ومن ثمّ يختلف حجم المياه المستهلكة من شريحة لأخرى كما يوضحها الجدول (3.3):

جدول (3.3)

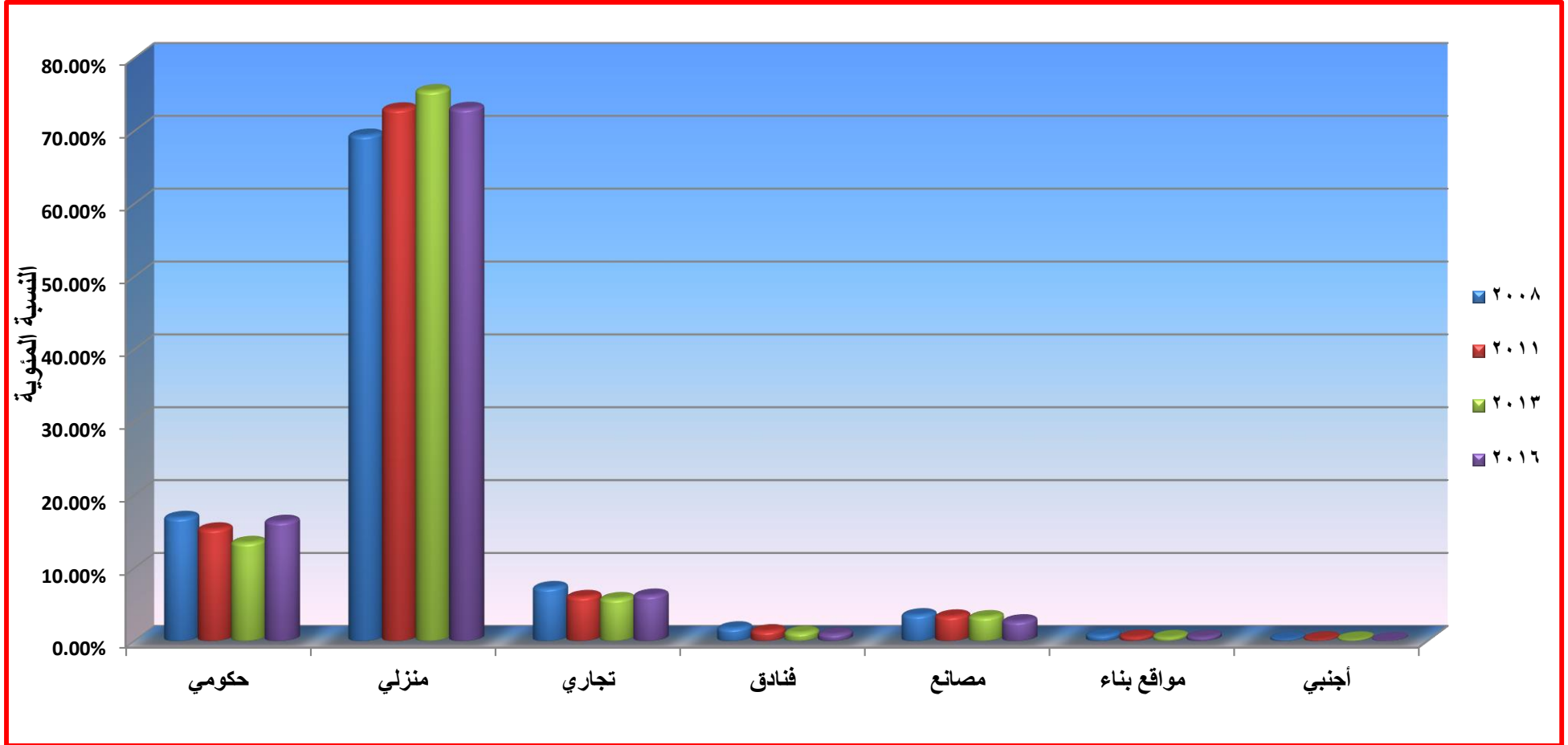
تطور استهلاك المياه حسب الشرائح لأعوام مختارة (م³)

معدل النمو	2016	معدل النمو	2013	معدل النمو	2011	2008	الشرائح
-64.35	23,358	-2.25	65,522	-7.45	67,031	72,429	أجنبي
-19.84	14,774,752	-1.51	18,431,701	14.18	18,714,386	16,390,557	منزلي
-10.36	1,264,337	-9.36	1,410,486	-9.67	1,556,109	1,722,680	تجاري
-33.33	186,979	-20.04	280,463	-15.89	350,757	417,029	فنادق
-31.37	552,390	-7.59	804,873	3.47	871,021	841,816	مصانع
-16.13	110,655	-10.83	131,940	-19.72	147,963	184,304	مواقع بناء
0.63	3,312,415	-16.30	3,291,664	-1.60	3,932,880	3,996,954	حكومي
-17.17	20,224,886	-4.77	24,416,649	8.53	25,640,147	23,625,769	اجمالي

المصدر / إعداد الباحث بالاعتماد على بيانات المؤسسة العامة للمياه، مؤشرات إحصائية للفترة من 2008-2016م.

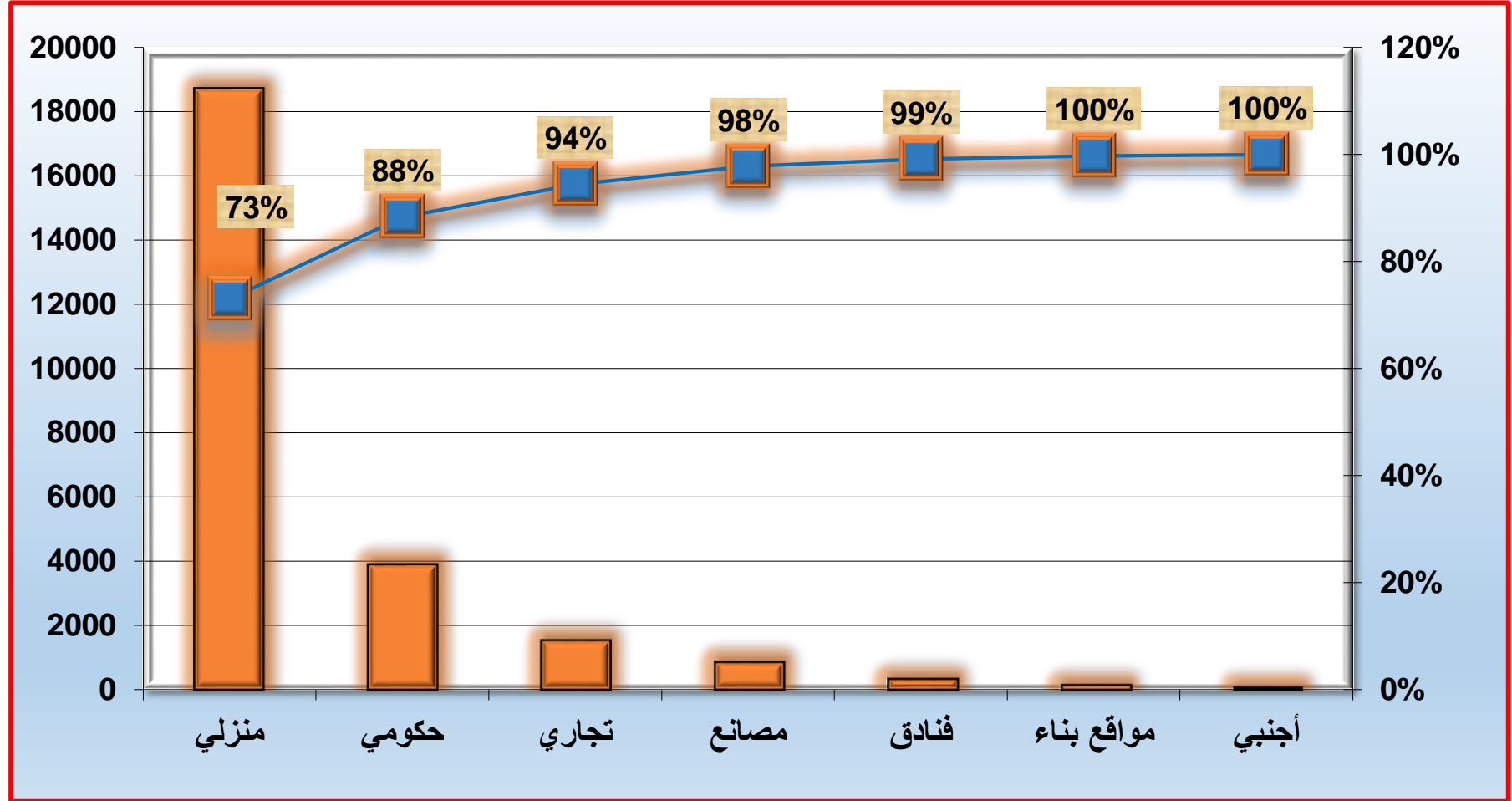
يتضح من الجدول (3.3) والشكل (3.3) بأن أكبر شريحة لاستهلاك المياه هي شريحة الاستهلاك المنزلي، حيث استحوذت على أكثر من (70%) في الأعوام المختلفة مع وجود تذبذب بسيط في الاستهلاك من سنة لأخرى، ولكن في المجمل فإن الاستهلاك المنزلي يستحوذ على النصيب الأكبر من المياه، وفيما يتعلق بقطاعات الاستهلاك الأخرى غير المنزلية فإنه يلاحظ أن الاستهلاك الحكومي يستهلك في المعدل (15%) من الاستهلاك الكلي لمحافظة عدن، ويحتل المرتبة الثانية بعد الاستهلاك المنزلي حيث يندرج في إطار الاستهلاك الحكومي عدة أنماط من المستخدمين في المقدمة منها (المساجد والمدارس والمستشفيات والمباني الحكومية والمعسكرات)، ونجد أن الاستهلاك التجاري يبلغ في المتوسط (6%) مع تذبذب في النسبة خلال أعوام الدراسة، أما فيما يتعلق بالاستهلاك الصناعي فنجد أنه يشكل ما نسبته في المتوسط (3%) ويشير إلى اتجاه تنازلي في كميات الاستهلاك الصناعية حيث انخفضت من (3.65%) في عام 2008 إلى (3.30%) في عام 2013 واستمر الانخفاض إلى أن وصل (2.73%) من إجمالي الاستهلاك العام للمياه، ومع أن الاستهلاك الأجنبي يشكل نسبة محدودة بين قطاعات الاستهلاك في محافظة عدن؛ إلا أنه أخذ في التراجع، مع ملاحظة أن هناك تراجع ملحوظ في استهلاك الفنادق، وكذلك الحال في مواقع البناء.

شكل (3.3)
النسبة المئوية لاستهلاك المياه حسب الشرائح لأعوام مختارة



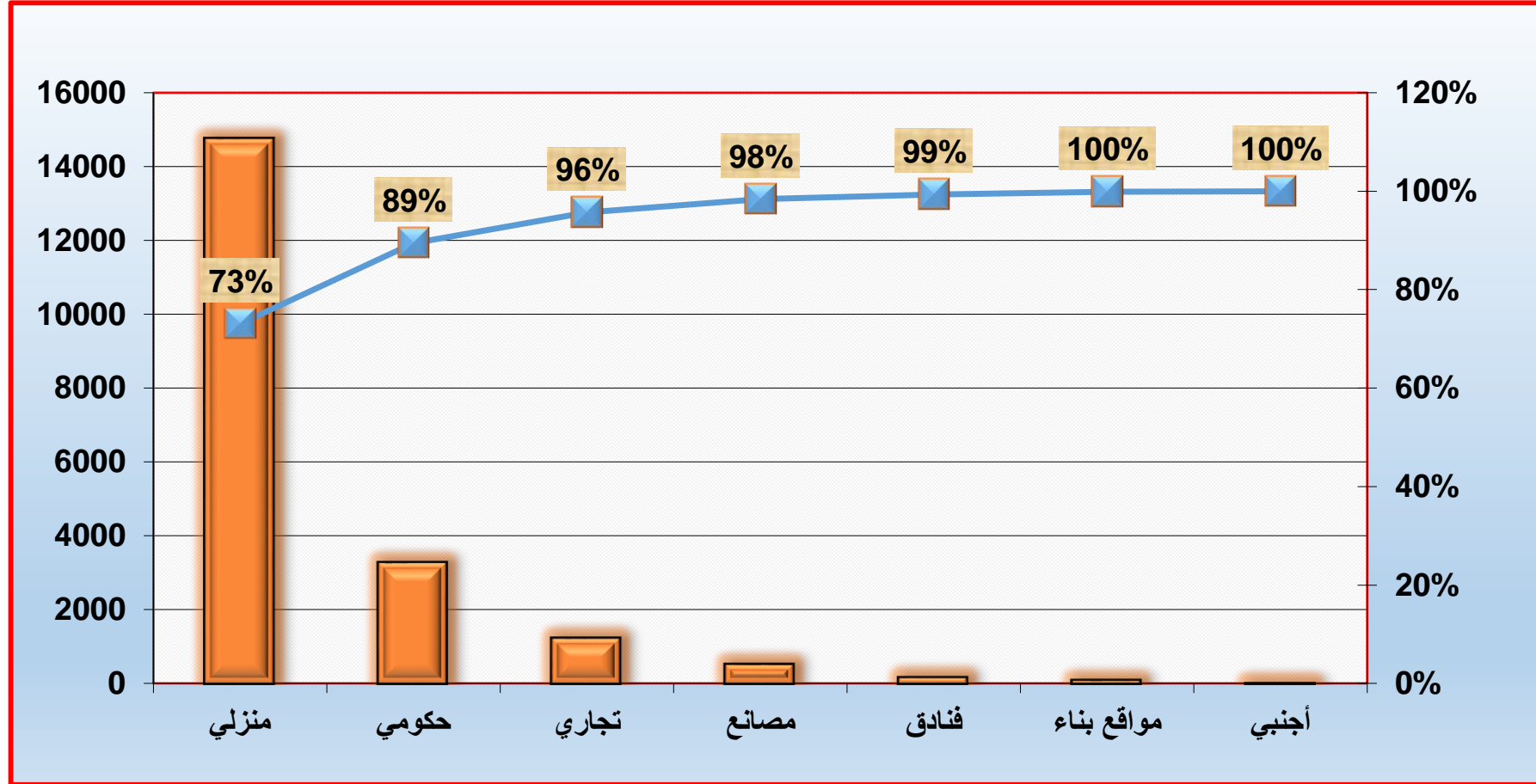
المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على جدول (3.3)

شكل (3.4) مخطط باريتو لأكثر الشرائح استهلاكاً للمياه لعام 2011



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على جدول (3.3)

شكل (3.5) مخطط باريتو لأكثر الشرائح استهلاكاً للمياه لعام 2016



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على جدول (3.3)

يتضح من الشكلين (3.4) و (3.5) اللذين يوضحان مخطط باريتو لعامي 2011م و 2016م، نلاحظ أن شريحتي الاستهلاك المنزلي والاستهلاك الحكومية تأخذ ما نسبته (88%) من استهلاك المياه وذلك في عام 2011، وأن بقية الشرائح وهي التجاري والمصانع والفنادق ومواقع البناء والاستهلاك الأجنبي تستهلك فقط (12%) من إجمالي الاستهلاك، وفي عام 2016م فنجد أن (89%) من الاستهلاك للمياه هو لشريحتي الاستهلاك المنزلي والاستهلاك الحكومية وبقية الشرائح وهي التجاري والمصانع والفنادق ومواقع البناء والاستهلاك الأجنبي تستهلك فقط (11%) من إجمالي الاستهلاك.

ويتضح أن الاستهلاك المنزلي يأتي في المرتبة الأولى يليه الاستهلاك الحكومي ثم التجاري والمصانع.

وكما ذكرنا سابقاً فإن من أهم المشكلات التي تواجه المياه في عدن هي كمية المياه المفقودة بسبب تقادم وتدهور كفاءة شبكة توصيلات المياه بين حقول الإنتاج والمستهلكين في المحافظة، وبحسب التقارير المنشورة من قبل المؤسسة العامة للمياه والصرف الصحي في محافظة عدن فقد تراوحت بين (27.5%) و (37.21%)، وهذه النسبة كبيرة جداً؛ حيث تمثل أكثر من ربع كمية المياه المنتجة لمحافظة عدن، والجدول (3.4) يوضح نسب الفاقد من المياه في الفترة (2007-2014م)

جدول (3.4)

نسبة المياه المفقودة خلال الفترة 2007-2013م

السنة	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
نسبة المياه المفقودة	31.1	27.50	27.27	29.58	33.34	35.11	36.96	37.21

المؤسسة العامة للمياه عدن، إدارة التخطيط والإحصاء، نشرات احصائية للأعوام (2007 – 2014م)

3.3 التنبؤ باستهلاك المياه في محافظة عدن

يتضمن هذا الجزء عرض ومناقشة النتائج المتعلقة بتحليل البيانات التي تم الحصول عليها من المؤسسة العامة للمياه والصرف الصحي-عدن، والتي تتمثل بسلسلة استهلاك المياه المسجلة على مستوى الأشهر في الفترة من يناير 2007م إلى ديسمبر 2016م، والمقدرة بمليون متر مكعب (م³) كما هي موضحة في الملحق (1)، وذلك عن طريق استخدام:

- 1- نماذج بوكس-جينكنز.
- 2- تمثيل نماذج بوكس-جينكنز باستخدام فضاء الحالة.
- 3- طرائق التمهيد الآسي.
- 4- نماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي.
- 5- مرشح كالمن.
- 6- طرق التحويل المويجي *Wavelet-ARIMA*.

ثم المقارنة بين هذه النماذج واختيار النموذج الأفضل واستخدامه في التنبؤ باستهلاك المياه في محافظة عدن.

ولكن قبل ذلك سيتم إجراء تحليل وصفي لسلسلة استهلاك المياه في محافظة عدن، ويوضح الجدول (3.5) بعض المقاييس الإحصائية الوصفية:

جدول (3.5)
البيانات الوصفية للسلسلة الزمنية (water) م³ (بالمليون)

الإحصاءات	عدد القيم	أقل قيمة	أكبر قيمة	المتوسط	الانحراف المعياري
القيمة	120	1.126472	2.321360	1.908845	0.242043

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

من الجدول (3.5) الذي يوضح أهم الخصائص الإحصائية للسلسلة الزمنية لاستهلاك المياه في محافظة عدن نلاحظ أن السلسلة الزمنية تتكون من 120 مشاهدة تمتد من يناير 2007م إلى ديسمبر 2016م، حيث كانت أقل كمية استهلاك للمياه في عام 2015م وخاصة في الأشهر إبريل-ديسمبر؛ كانت أداها في شهر يوليو بكمية بلغت (1.126472) مليون م³، أما أعلى استهلاك في فترة الدراسة فقد كان في شهر سبتمبر من عام 2011م بـ (2.321360) مليون م³ وبلغ الوسط الحسابي (1.908845) مليون م³ بانحراف معياري (0.242107) م³.

3.4 التنبؤ باستهلاك المياه في محافظة عدن باستخدام نماذج بوكس-جينكنز (*Box-Jenkins*)

لوصول إلى مرحلة التنبؤ في منهجية بوكس-جينكنز *Box-Jenkins* وهي المرحلة الأخيرة فيها؛ يتم أولاً المرور بمرحلة التعرف على المواصفات الأولية للنموذج من خلال الرسم البياني وفحص استقرار السلسلة الزمنية ثم التعرف على النماذج الممكنة من عائلة *ARIMA* وبعد ذلك تأتي مرحلة التقدير للنموذج ثم مرحلة فحص النموذج، وأخيراً مرحلة التنبؤ بالنموذج، وفيما يلي تطبيق لهذه المراحل:

3.4.1 مرحلة التعرف:

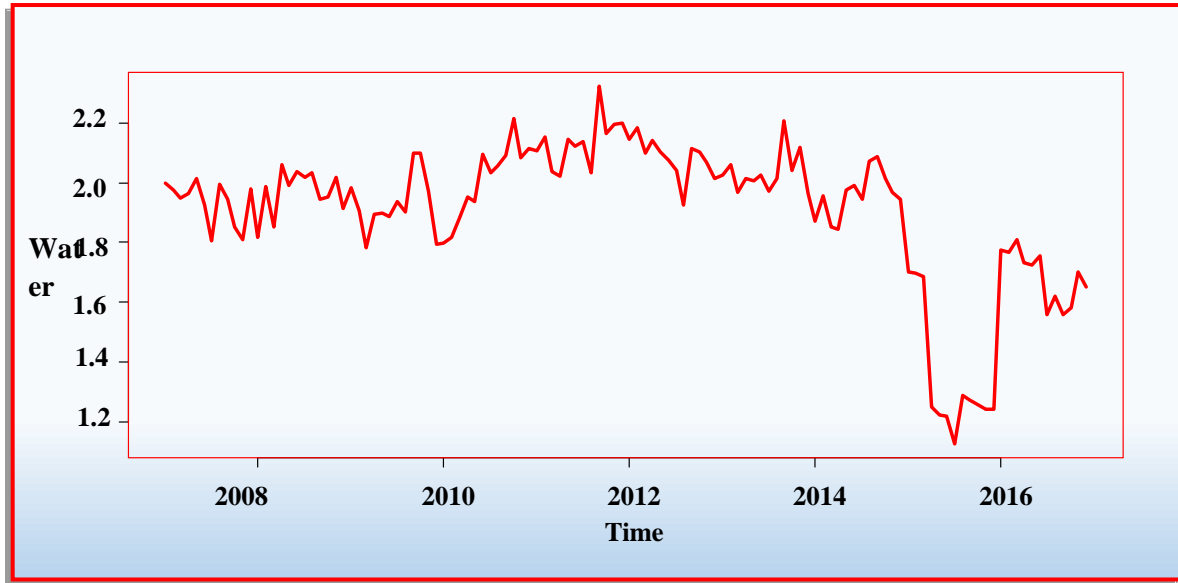
تعتبر مرحلة التعرف من أولى خطوات تعيين النموذج لتحديد ما إذا كانت السلسلة الزمنية مستقرة (*Stationary*) أم لا، ثم استخدام الأساليب المناسبة لجعلها مستقرة في الوسط والتباين، وتبدأ هذه المرحلة برسم شكل السلسلة الزمنية وتنتهي بالتعرف على النموذج، وذلك وفق الخطوات الآتية:

3.4.1.1 الرسم البياني للسلسلة الزمنية:

يُعد الرسم البياني للسلسلة الزمنية أولى الخطوات في تحليل السلاسل الزمنية في منهجية بوكس-جينكنز، وذلك للتعرف على بعض خصائصها الأولية عبر الزمن؛ لأنه يوضح طبيعة التذبذبات وملاحظة ما إذا كان يتضمن اتجاهًا عامًا أو موسميًا أو عشوائيًا، أي التعرف على سلوك السلسلة الزمنية، ومن الشكل (3.6) الذي يوضح سلسلة استهلاك المياه في محافظة عدن، نجد أن السلسلة الزمنية لا تأخذ نمطاً معيناً وتوجد بها تذبذبات غير منتظمة فتكون متزايدة أحياناً ومنتقصة في أحيان أخرى، وهذا ما يؤثر على وجود تغيرات عشوائية (طارئة) والتي تحدث نتيجة سبب طارئ غير متوقع، مثل الحرب التي حدثت في عام 2015م ما أدى إلى انخفاض الكمية المنتجة من المياه نتيجة توقف بعض الآبار في ضخ المياه إلى المحافظة وكذا نزوح سكان أربع مديريات (صيرة- خور مكسر- التواهي- القلوعة) وهو ما انعكس على كميات الاستهلاك أيضاً، وهذا يؤكد على أن هناك تغيرات عشوائية في السلسلة الزمنية لاستهلاك المياه، ونلاحظ وجود اتجاهًا عامًا متزايداً في الفترة 2007-2012م ومن ثم ينخفض في الفترة 2013-2014م ويصل إلى أدنى مستوى في العام 2015م، في حين يلاحظ وجود تذبذبات بسيطة متمثلة في نتوءات تختلف باختلاف الوتيرة التي تزداد بها من سنة لأخرى، ربما تؤثر لوجود موسمية أو دورية في البيانات.

شكل (3.6)

الرسم البياني لسلسلة الاستهلاك الشهري للمياه في محافظة عدن



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

الخطوة التالية بعد الرسم البياني هي رسم دالة الارتباط الذاتي (ACF) ودالة الارتباط الذاتي الجزئي

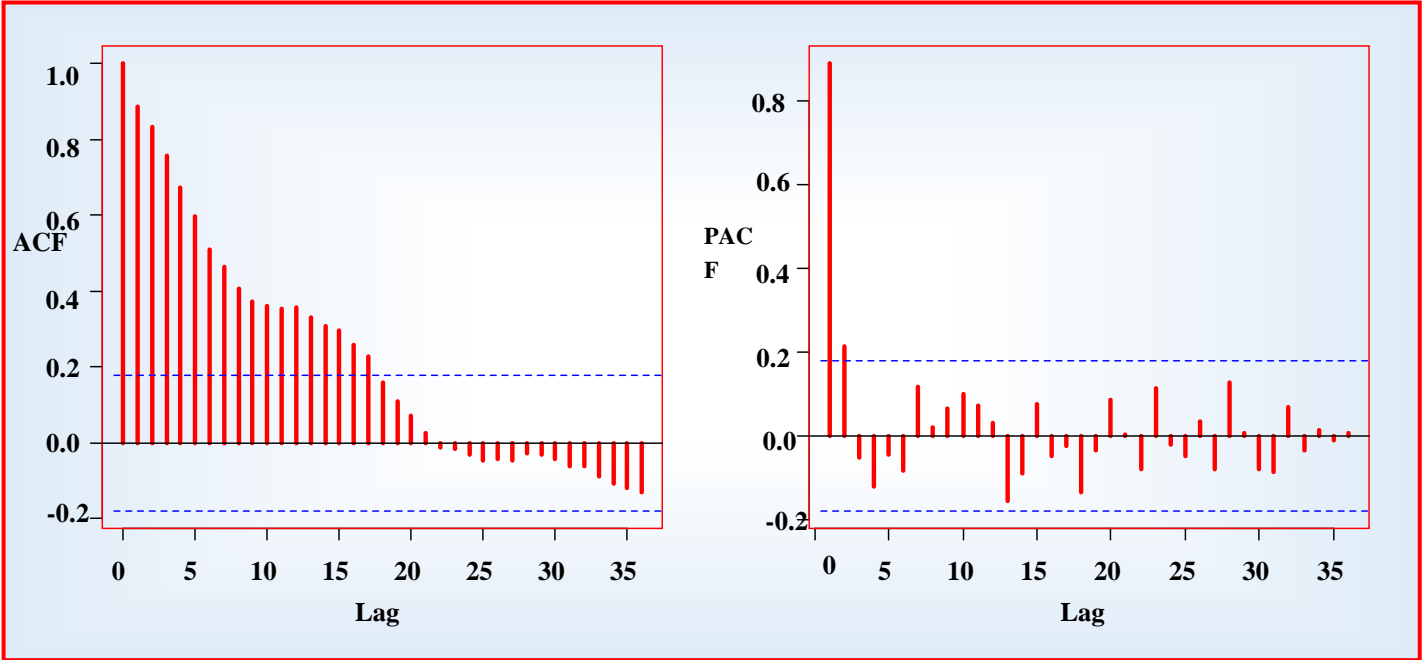
PACF لسلسلة استهلاك المياه.

3.4.1.2 دالة الارتباط الذاتي (ACF) ودالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF)

إن السلسلة الزمنية المستقرة هي التي يكون معاملات الارتباط الذاتي لها لا تختلف معنوياً عن الصفر، أي أن معاملات دالة الارتباط الذاتي تقع داخل حدود الثقة، وقد تم استخراج قيم معاملات الارتباط الذاتي (ACF) ودالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) للسلسلة الزمنية لاستهلاك المياه وكانت النتائج كما هي موضحة في الشكل (3.7)، حيث نلاحظ أن غالبية معاملات دالة الارتباط الذاتي (ACF) تقع خارج حدود فترة الثقة وتقترب من الواحد، كما أنها لا تنقطع مباشرة بعد الفجوة الأولى أو الثانية وتضمحل ببطء متخذة شكل دالة الجيب، وهذا يدل على عدم استقرار السلسلة الزمنية، وكذلك نلاحظ أنه لا يوجد مركبة موسمية، أما معاملات الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) تقع في حدود فترة الثقة ولم تنقطع بعد الفجوة الأولى، كما أنها تأخذ تموج الدالة الأسية، وبالتالي فإن السلسلة غير مستقرة.

شكل (3.7)

دالتي الارتباط الذاتي (ACF) والارتباط الذاتي الجزئي (PACF)



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

وقد استخدم اختبار *Ljung-Box* (الذي يستخدم لدراسة المعنوية الكلية لمعاملات الارتباط الذاتي) وبلغت قيمته $LB = 538.56$ وبلغ مستوى المعنوية (0.000)، عند درجة حرية (35)، ومنه يمكن القول أن معاملات الارتباط الذاتي ومعاملات الارتباط الذاتي الجزئي لا تساوي الصفر، أي أن هناك معنوية كلية لمعاملات الارتباط الذاتي ومعاملات الارتباط الذاتي الجزئي، وهذا يعني أن السلسلة الزمنية قيد الدراسة غير مستقرة.

ويمكن التأكد مما تم التوصل إليه في دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي واختبار (*Ljung-Box*) عن طريق إجراء اختبارات جذر الوحدة.

3.4.1.3 اختبار جذر الوحدة:

من أجل التحقق من عدم وجود جذر الوحدة في بيانات السلاسل الزمنية المختلفة تم إجراء اختبار ديكي-فولر لجذر الوحدة (ADF)، واختبار فليبس براون لجذر الوحدة (PP)، ويختلف الاختباران كون اختبار ديكي-فولر هو من الاختبارات المعلمية في حين أن اختبار فليبس براون من الاختبارات اللامعلمية، وتم إجراء الاختبارين لسلسلة استهلاك المياه وفق الفرضيات التالية:

فرض العدم H_0 : يوجد جذر الوحدة في بيانات السلسلة، والسلسلة غير مستقرة.

الفرض البديل H_1 : لا يوجد جذر الوحدة للسلسلة، والسلسلة مستقرة.

وتنطبق تلك الفروض على اختبار (ADF) واختبار (PP) ويمكن عرضها بالرموز الآتية:

فرض العدم $H_0 : \beta = 1$ وبالتالي فالسلسلة الزمنية غير مستقرة

الفرض البديل $H_1 : \beta \in (-1,1)$ وبالتالي فالسلسلة الزمنية مستقرة.

وكانت النتائج كما يوضحها الجدول (3.6)

جدول (3.6)
نتائج اختبار جذر الوحدة ADF

الاختبار	نوع الاختبار	القيمة المحسوبة t	القيمة الجدولية t	مستوى المعنوية p -value
اختبار ديكي فولر ADF	مع مقطع واتجاه	-2.2842	-3.4483	0.4270
	مع مقطع	-1.8641	-2.8861	0.3482
	بدون مقطع وبدون اتجاه	-0.5637	-1.9436	0.4717
اختبار فليبس PP براون	مع مقطع واتجاه	-2.6802	-3.4478	0.2466
	مع مقطع	-2.2258	-2.8856	0.1992
	بدون مقطع وبدون اتجاه	-0.5869	-1.9435	0.4611

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

من النتائج الموضحة في الجدول (3.6) أن قيمة تاو (τ) المحسوبة هي أصغر بالقيمة المطلقة من قيمة تاو (τ) الجدولية في اختبار ديكي-فولر المطور (ADF) في مختلف الحالات (مع مقطع واتجاه، مع مقطع فقط، بدون مقطع وبدون اتجاه) كما نلاحظ أن قيمة مستوى الدلالة الإحصائية (p -value) لاختبار ديكي-فولر المطور كانت أكبر من مستوى الدلالة المعتمد في الدراسة ($\alpha=0.05$)، وبالتالي فإن السلسلة الزمنية لاستهلاك المياه غير مستقرة ولا يمكن استخدامها في مستوياتها في مرحلة التقدير والتنبؤ.

ونلاحظ أن قيمة تاو (τ) المحسوبة هي أصغر في القيمة المطلقة من القيمة الجدولية في اختبار فليبس براون (PP) في مختلف الحالات (مع مقطع واتجاه، مع مقطع فقط، بدون مقطع وبدون اتجاه)، كذلك نلاحظ أن قيمة مستوى الدلالة الإحصائية (p -value) لاختبار فليبس براون كانت أكبر من مستوى الدلالة المعتمد في الدراسة ($\alpha=0.05$)، وبالتالي فإن السلسلة الزمنية لاستهلاك المياه غير مستقرة ولا يمكن استخدامها في مستوياتها في مرحلة التقدير والتنبؤ.

وللتأكد من وجود اتجاه عام يتم تقدير النموذج الثالث من نماذج ADF (مع ثابت واتجاه عام) واختبار

فرضية معامل الاتجاه العام (β):

$$H_0 : \beta = 0$$

$$H_1 : \beta \neq 0$$

وقد جاءت النتائج كما يوضحها الجدول (3.7)

جدول (3.7)

تقدير نموذج (مع مقطع واتجاه) لاختبار ديكي-فولر المطور (ADF) للسلسلة (Water)

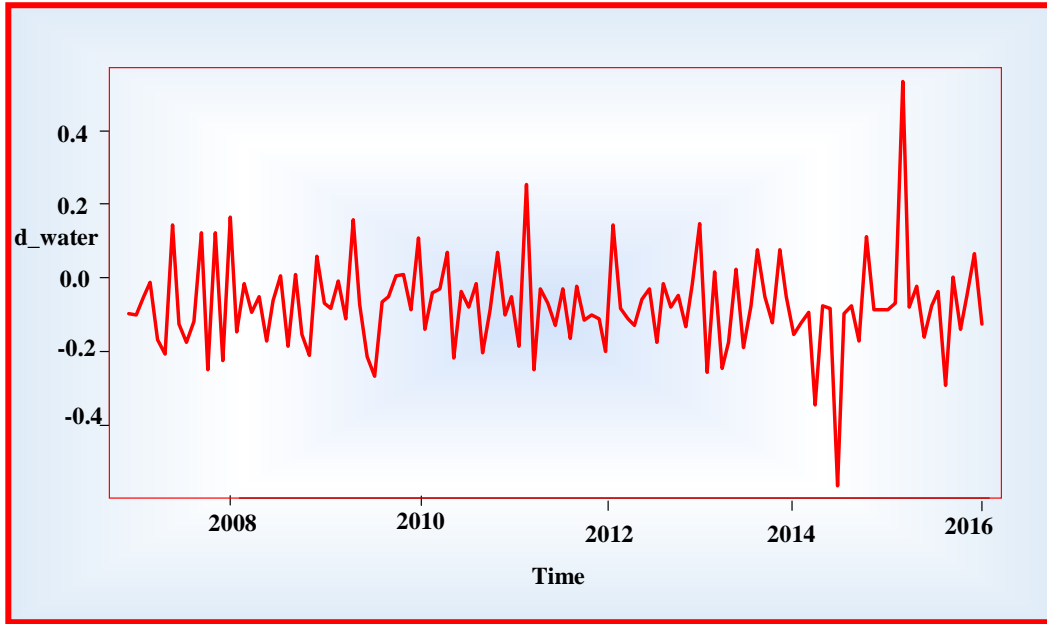
نوع الاختبار	Estimate	Std. Error	قيمة (τ) المحسوبة	مستوى المعنوية p-value
الثابت c	0.23219	0.102603	2.263	0.0255
y.lag.1	-0.10917	0.047793	-2.284	0.0242
y.diff.lag	-0.20859	0.091541	-2.279	0.0246
Trend	-0.000445	0.000329	-1.352	0.1798

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

يتضح من الجدول (3.7) أن قيمة تاو (τ) المحسوبة لمعامل الاتجاه العام بلغت (-1.352) والقيمة الاحتمالية بلغت (0.1789) وهي أكبر من مستوى الدلالة المعتمد في الدراسة ($\alpha=0.05$)، ومنه يتم رفض فرض العدم وقبول الفرض البديل، أي أن معامل الاتجاه العام غير معنوي ولا يختلف عن الصفر (السلسلة لا تعاني من اتجاه عام)، ولكن تعاني من وجود جذر الوحدة.

مما سبق يتضح أن السلسلة الزمنية لا تعاني من اتجاه عام ولكنها تعاني من جذر الوحدة، وهذا يعني أن السلسلة الزمنية هي من نوع (Difference Stationary (DS) أي سلسلة غير مستقرة ذات اتجاه عام عشوائي ويوجد بها جذر وحدة، وعليه فإن أفضل طريقة لتخليص السلسلة الزمنية من جذر الوحدة هي أخذ الفرق الأول للسلسلة الزمنية الفعلية (water)، وبعد أخذ الفرق الأول تم رسم السلسلة الزمنية كما هي موضحة في الشكل (3.8)، حيث يتضح أن المنحنى البياني للسلسلة (d_water) يوازي محور الفواصل مما يعني تخليص السلسلة الزمنية من جذر الوحدة، أي أن السلسلة أصبحت خالية من جذر الوحدة.

شكل (3.8)

الرسم البياني لسلسلة (d_water) بعد إجراء الفرق الأول

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

وتم إجراء اختبار جذر الوحدة لديكي-فولر الموسع (ADF) واختبار فليبس براون (PP) في الحالات الثلاث (مع مقطع واتجاه ومع مقطع فقط وبدون مقطع واتجاه) وكانت النتائج كما يوضحها الجدول (3.8):

جدول (3.8)

نتائج اختبار جذر الوحدة ADF واختبار فليبس براون (PP)

مستوى المعنوية p-value	القيمة الجدولية τ	القيمة المحسوبة τ	نوع الاختبار	
0.0000	-3.4483	-13.9326	مع مقطع واتجاه	اختبار ديكي- فولر ADF
0.0000	-2.8861	-13.9819	مع مقطع	
0.0000	-1.9436	-13.9326	بدون مقطع وبدون اتجاه	
0.0000	-3.4483	-14.0129	مع مقطع واتجاه	اختبار فليبس براون PP
0.0000	-2.8861	-14.0604	مع مقطع	
0.0000	-1.9436	-14.1076	بدون مقطع وبدون اتجاه	

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج R

من الجدول (3.8) الذي يبين نتيجة اختبار ديكي-فولر المطور (ADF) واختبار فليبس براون (PP) لجذر الوحدة يمكن التأكيد على أن السلسلة مستقرة ولا تعاني من جذر الوحدة حيث إن القيمة المحسوبة لإحصائية (τ) كانت أكبر بالقيمة المطلقة من القيمة الجدولية في مختلف الحالات (مع مقطع واتجاه، مع مقطع فقط، بدون مقطع وبدون اتجاه)، ونلاحظ بأن قيمة مستوى الدلالة الإحصائية (p -value) لاختبار ديكي-فولر المطور (ADF) واختبار فليبس براون (PP) كانت أصغر من مستوى الدلالة المعتمد في الدراسة ($\alpha=0.05$)، وبالتالي فإن السلسلة الزمنية لاستهلاك المياه مستقرة وخالية من جذر الوحدة والاتجاه العام.

وقبل استخدام السلسلة الزمنية في التقدير والتنبؤ سيتم التأكد من خلوها من المركبة الموسمية كما يلي:

3.4.1.4 الكشف عن المركبة الموسمية:

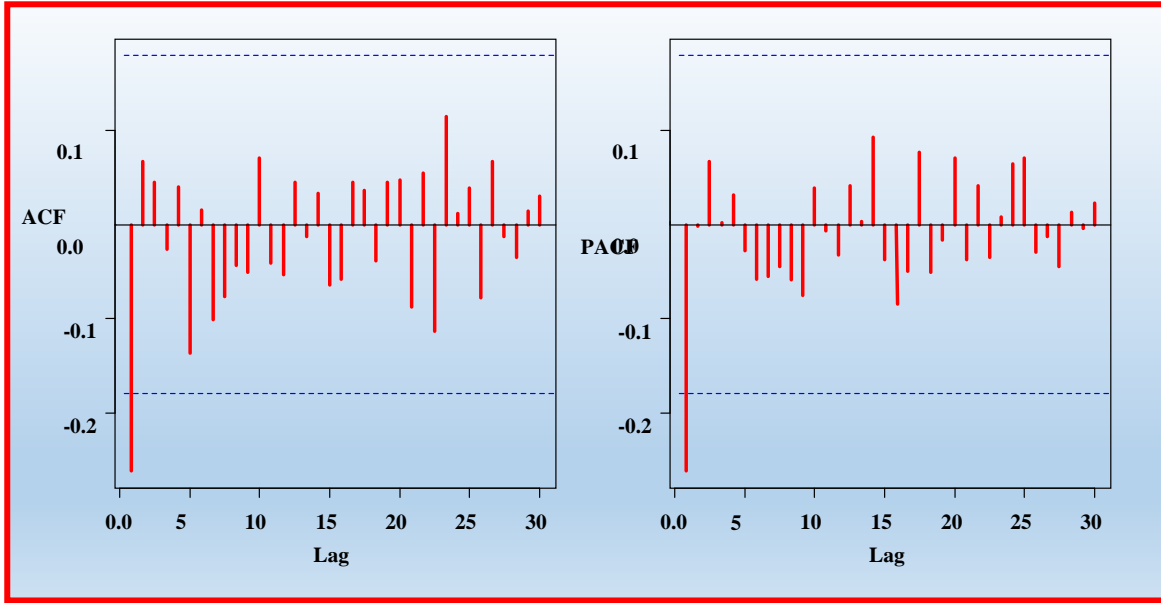
بعد تخليص السلسلة من جذر الوحدة والتأكد من عدم احتوائها على اتجاه عام، سيتم التأكد من وجود المركبة الموسمية، وذلك للسلسلة الزمنية (d_water)، وهناك العديد من الاختبارات التي يمكن استخدامها في الكشف عن وجود المركبة الموسمية، ونستخدم لذلك اختبارين، هما: اختبار دالة الارتباط الذاتي واختبار جذر الوحدة الموسمي (HEGY) كما يلي:

3.4.1.4.1 دالة الارتباط الذاتي

يمكن الاعتماد على دالة الارتباط الذاتي للكشف عن وجود المركبة الموسمية حيث يتم رسم معاملات دالة الارتباط الذاتي (ACF)، فإذا كانت هذه المعاملات لا تساوي الصفر أي تقع خارج حدود مجالات الثقة وذلك عند فجوات زمنية ثابتة طولها يساوي عدد المواسم m دل ذلك على وجود مركبة موسمية، وتم رسم دالة الارتباط الذاتي للسلسلة الزمنية (d_water) بعد أخذ الفرق الأول وكانت النتائج كما هي موضحة في الشكل (3.9) والملحق (2).

حيث نلاحظ أن معاملات دالة الارتباط الذاتي (ACF) والارتباط الذاتي الجزئي (PACF) لا تختلف معنوياً عند الفجوات الزمنية الموسمية، أي لا توجد تذبذبات تعيد نفسها كل (12) شهر، وهذا يدل على عدم وجود المركبة الموسمية، ولا تعاني منها السلسلة الزمنية.

شكل (3.9) دالتي الارتباط الذاتي (ACF) والارتباط الذاتي الجزئي (PACF) بعد الفرق الأول



المصدر: إعداد الباحث باستخدام برنامج R

3.4.1.4.2 اختبار Hylleberg-Engle-Granger-Yoo (HEGY)

في اختبار HEGY ينص فرض العدم عندما $\pi_1 = 0$ على عدم وجود جذر وحدة موسمي مقابل الفرض البديل الذي ينص على وجود جذر وحدة موسمي، أما بقية التكرارات الموسمية فإن الاختبار يتم وفق الفرضيات الآتية:

H_0 : (السلسلة غير مستقرة موسمياً) توجد مركبة موسمية.

H_1 : (السلسلة مستقرة موسمياً) لا توجد مركبة موسمية.

والجدول (3.9) يوضح نتائج اختبار HEGY حيث نجد أنه لا يمكن رفض فرض العدم في حالة اختبار $\pi_1 = 0$ حيث إن القيمة المحسوبة كانت أصغر بالقيمة المطلقة من القيمة الجدولية وكان مستوى المعنوية (0.6451) وهو أكبر من مستوى الدلالة المعتمد في الدراسة ($\alpha = 0.05$) أي أننا نقبل فرض العدم الذي ينص على عدم وجود مركبة موسمية أي عدم وجود جذر وحدة موسمي، ولكن نرفض فرض العدم أي السلسلة غير مستقرة موسمياً ونقبل الفرض البديل أي أن السلسلة مستقرة موسمياً في جميع التكرارات الموسمية ($\pi/6, \pi/3, 2\pi/3, \pi/2, \pi, 5\pi/3$) حيث كانت مستويات المعنوية أقل من مستوى الدلالة المعتمد في الدراسة ($\alpha = 0.05$) وكانت القيمة المحسوبة أكبر بالقيمة المطلقة من القيمة الجدولية، أي قبول الفرض البديل الذي ينص على عدم وجود مركبة موسمية، وهذا يعني أنه لا يوجد أثر موسمي في البيانات.

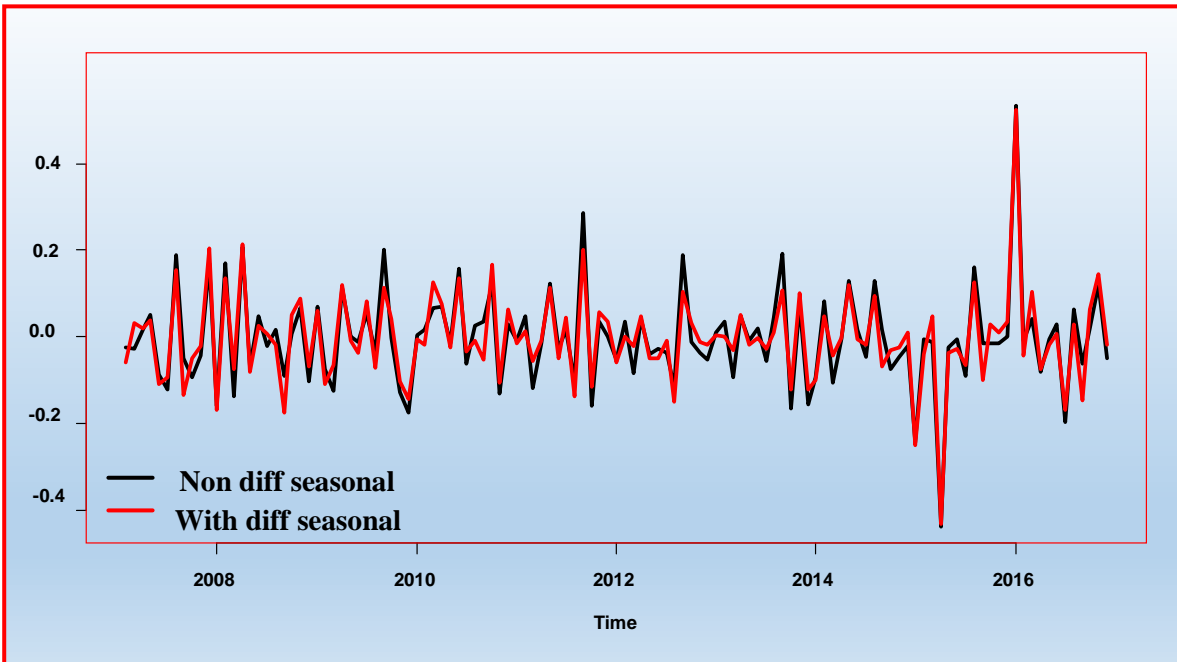
جدول (3.9)
اختبار جذر الوحدة الموسمي (HEGY)

الاختبار	التكرارات الموسمية	القيمة المحسوبة	القيمة الجدولية	مستوى المعنوية
$t_{\pi_1} = 0$	0	-1.138	-2.670	0.6451
$t_{\pi_2} = 0$	π	-3.151	-2.640	0.0014
$F_{\pi_3, \pi_4} = 0$	$\pi/2$	9.505	5.820	0.0000
$F_{\pi_5, \pi_6} = 0$	$2\pi/3$	8.299	5.820	0.0004
$F_{\pi_7, \pi_8} = 0$	$\pi/3$	10.283	5.787	0.0000
$F_{\pi_9, \pi_{10}} = 0$	$5\pi/3$	9.619	5.860	0.0004
$F_{\pi_{11}, \pi_{12}} = 0$	$\pi/6$	6.253	5.860	0.0024

R المصدر: إعداد الباحث باستخدام برنامج

ولتأكيد ما تم التوصل إليه من خلو السلسلة الزمنية من المركبة الموسمية تم إزالة المركبة الموسمية من السلسلة الزمنية (d_water) ثم رسم السلسلتين وكانت النتائج كما هي موضحة في الشكل (3.10):

شكل (3.10)
تأثير التغيرات الموسمية على السلسلة الزمنية (d_water)

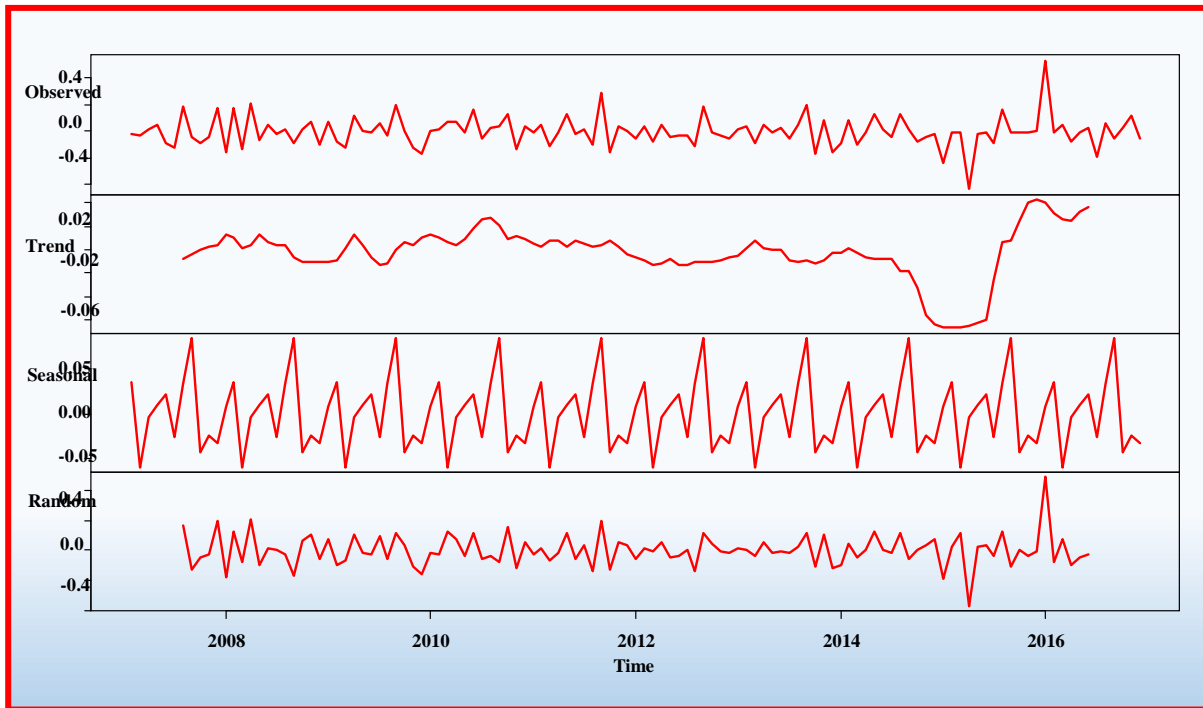


R المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج

من الشكل (3.10) الذي يوضح السلسلة الزمنية قبل وبعد حذف التأثيرات الموسمية حيث أن السلسلة الزمنية باللون الأحمر (*With diff seasonal*) بعد حذف التأثيرات الموسمية أما الشكل باللون الأسود فيبين السلسلة الزمنية قبل حذف المركبة الموسمية (*non diff seasonal*)، نلاحظ أنه لا يوجد أي تأثيرات كبيرة في السلسلة الزمنية بعد إزالة المركبة الموسمية، ولا يوجد أي فرق في السلسلة قبل إزالة المركبة الموسمية وبعد إزالة المركبة الموسمية، وهناك شبه تطابق بين السلسلتين، وهذه النتيجة تؤكد ما توصلنا إليه من اختبار دالة الارتباط الذاتي واختبار (HEGY)، وبالتالي يمكن القول أن السلسلة الزمنية خالية من أي مركبة موسمية.

إن الطريقة المتبعة في دراسة وتحليل أي سلسلة زمنية هي فصل مكونات السلسلة الزمنية وذلك لعزل مركبة الاتجاه العام وكذا عزل المركبات الموسمية والدورية التي تختلف مسبباتها عن الاتجاه العام، ونحصل في الأخير على سلسلة زمنية تحوي على التغيرات العشوائية فقط وهي تُعبر عن السلسلة الزمنية، ولذلك ومن أجل التأكد من بقاء المركبة العشوائية فقط في السلسلة الزمنية وعدم احتوائها على اتجاه عام أو موسمية فقد تم بتفكيك السلسلة الزمنية (*d_water*) التي توصلنا إليها سابقاً، وكانت النتائج كما يوضحها الشكل (3.11)

شكل (3.11) تفكيك السلسلة الزمنية (*d_water*) إلى مركباتها



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

من خلال الشكل (3.11) حيث نلاحظ أن هناك تشابه كبير جداً بين السلسلة الزمنية بعد الفرق الأول والموضحة في الشكل وهي الأولى من أعلى وبين المركبة العشوائية وهي الشكل الأخير في الرسم البياني، وهذا يوضح أن السلسلة الزمنية لا تعاني من اتجاه عام أو موسمية وبعد أخذ الفرق الأول لم يتبقَ بها إلا المركبة العشوائية فقط، أي أنه وبعد أخذ الفرق الأول فقد توصلنا إلى سلسلة زمنية خالية من الاتجاه والموسمية ويمكن استخدامها في التقدير والتنبؤ.

كخلاصة لدراسة استقرارية السلسلة الزمنية لاستهلاك المياه في محافظة عدن نتوصل إلى عدم وجود اتجاه عام في البيانات فهي لا تأخذ مساراً واضحاً في الشكل البياني الممثل للسلسلة (3.6) وأيضاً أثبتت النتائج عدم وجود الموسمية في السلسلة، وبالتالي فإن التغيرات العرضية أو العشوائية هي السبب الرئيسي للتغيرات في استهلاك المياه في محافظة عدن، لذلك وبعد التأكد من أن السلسلة الزمنية مستقرة سننتقل إلى الخطوة الأخيرة في المرحلة الأولى مرحلة التعرف (التمييز) في منهجية بوكس-جينكنز وهي تشخيص النموذج الملائم.

3.4.2 تشخيص النموذج الملائم:

تعتبر هذه المرحلة من أهم المراحل في بناء النموذج حيث يتم في هذه المرحلة تشخيص النموذج المبدئي أي تحديد رتبة النماذج AR و MA وذلك عن طريق دالة الارتباط الذاتي (ACF)، وسلوكها ودالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF)، وسلوكها والموضحة في الشكل (3.10) للسلسلة الزمنية المستقرة المتمثلة باستهلاك المياه في محافظة عدن، حيث نلاحظ أن (95%) من معاملات دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي تقع داخل حدود الثقة، وكانت معظم القيم قريبة من الصفر، ومن سلوك معاملات الارتباط الذاتي (ACF) نجد أنها تتناقص بصورة جيبيه، في حين نجد أن دالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) يحدث لها بتر بعد فترة ابطاء واحدة، وهو ما يؤشر إلى أن النموذج هو نموذج انحدار ذاتي (Autoregressive Model).

ويمكن أيضاً من ملاحظة معاملات الارتباط الذاتي (ACF) ومعاملات الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) التي تقع خارج فترة الثقة أن نقوم بترشيح مجموعة من النماذج، حيث نجد أن معاملات الارتباط الذاتي تقع خارج فترة الثقة عند الفجوة (1) وكذلك معامل الارتباط الذاتي الجزئي فإنه يقع خارج حدود فترة الثقة عند الفجوة (1) لذا يمكننا ترشيح نموذج AR(1) و MA(1) والنموذج المختلط ARMA (1,1)، مع الأخذ بعين الاعتبار الفرق الأول، بعد ذلك سيتم اختيار النموذج الأفضل بعد عملية المفاضلة بينهم وفق معياري (AIC) و (BIC) و كما يوضحها جدول (3.10):

جدول (3.10)

اختيار أفضل نموذج

النموذج	AIC	BIC	معنوية المعالم والنموذج
ARIMA (1,1,0)	-187.32	-181.77	معنوي
ARIMA (0,1,1)	-186.59	-181.03	معنوي
ARIMA (1,1,1)	-186.48	-181.03	غير معنوي

المصدر: من إعداد الباحث بالاستعانة ببرنامج R

من الجدول (3.10) نلاحظ أن النموذج الذي حصل على أقل قيمة لمعيار AIC و BIC هو النموذج $ARIMA(1,1,0)$ انحدار الذاتي المتكامل، وعليه سيتم تقدير النموذج في المرحلة التالية.

3.4.3 مرحلة تقدير معالم النموذج:

هذه المرحلة يتم فيها تقدير معالم نموذج الانحدار الذاتي المتكامل $ARIMA (1,1,0)$ الذي تم اختياره في المرحلة السابقة، وتم تقدير معالم هذا النموذج باستخدام طريقة المربعات الصغرى، وكانت النتائج كما هي موضحة في الجدول الآتي:

جدول (3.11)

تقدير معالم النموذج $ARIMA (1,1,0)$

المعالم	Estimate	Standard Error	Z-value	P-Value
ϕ_1	-0.2596	0.0882	-2.9400	0.0032

المصدر: إعداد الباحث بالاستعانة ببرنامج R

من الجدول (3.11) يمكن كتابة النموذج $ARIMA (1,1,0)$ كما يلي:

$$d_Water_t = \phi_1 d_Water_{t-1} + e_t$$

$$d_Water_t = (-0.2596)d_Water_{t-1} + e_t$$

3.4.4 مرحلة الفحص التشخيصي للنموذج:

بمجرد التعرف على النموذج المبدئي الملائم وتقدير معالمه تأتي مرحلة الفحوص التشخيصية وذلك لفحص ملاءمة فروض هذا النموذج النظرية التي يعتمد عليها النموذج ومخرجات العملية التطبيقية لمرحلة التقدير، وذلك بغرض تحسينه أو تطويره أو الإبقاء عليه كما هو إذا كانت الفروض النظرية ملائمة، وقد تم إجراء عدة فحوص رئيسية لتقويم النموذج كما يلي:

1- اختبار معنوية المعالم المقدرة:

تم التأكد من معنوية المعالم المقدرة للنموذج الذي تم تقديره، ومن الجدول (3.11) نلاحظ أن معلمة النموذج $\phi = -0.2596$ كانت معنوية حيث بلغت قيمة اختبار $Z (-2.9400)$ وهي أكبر بالقيمة المطلقة من القيمة الجدولية (-1.96) وهذا يدل على أن المعلمة المقدرة تختلف جوهرياً عن الصفر (معنوية) وبلغ مستوى المعنوية (0.0032) وهي أصغر من مستوى المعنوية المعتمد في الدراسة (0.05) وهذا يعني أن النموذج جيد وملائم.

2- تحليل الاستقرار والانعكاس

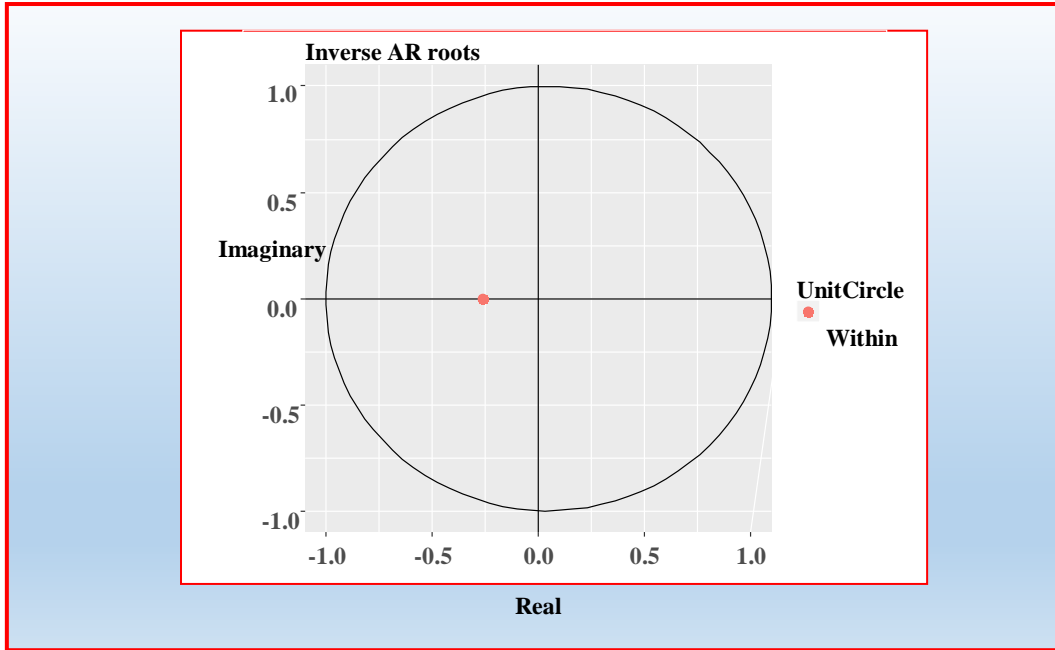
يُعد تحقيق شرطي الاستقرار والانعكاس في مقدرات النموذج دليل على كفاية النموذج لتمثيل بيانات الظاهرة محل الدراسة، ويعني الاستقرار في حالة نموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الأولى أن تكون قيمة معلمة النموذج أقل من الواحد، أي إذا فقط إذا كانت $|\phi| < 1$.

وعند فحص النموذج الذي تم التوصل إليه $ARIMA (1,1,0)$ ، فإن القيمة المطلقة للمعلمة ϕ_1 في النموذج $ARIMA (1,1,0)$ تساوي $\phi = -0.2596$ ، وهي تحقق شرط الاستقرار، أي أن $|-0.2596| < 1$ وعليه يمكن القول إن معلمة نموذج $ARIMA(1,1,0)$ تقع داخل دائرة الوحدة أي أنها مستقرة، أما شرط الانعكاس فإن نماذج $AR(1)$ تكون منعكسة دائماً⁽²⁾ ومما سبق يظهر أن النموذج ثابت وقابل للانعكاس ومستقر عددياً، والشكل (3.13) يوضح الجذور المميزة المعكوسة لنموذج $ARIMA (1,1,0)$.

شكل (3.12)

² لمزيد من التفصيل يمكن العودة إلى: عبد الفتاح قنديل، أساليب وفنون التنبؤ بين النظرية والتطبيق، ص 757-760

الجذور المميزة المعكوسة لنموذج ARIMA (1,1,0)



المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج R

3- فحص البواقي:

للتأكد من أن النموذج ARIMA(1,1,0) هو النموذج الأمثل، ويمثل البيانات المرصودة يتم فحص

بواقي النموذج كما يلي:

أ- فحص البواقي ودالة الارتباط الذاتي للبواقي

تم رسم سلسلة البواقي وكذلك دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي للبواقي كما هي موضحة في الشكل (3.13)، الذي نلاحظ منه أن أكثر من 95% من معاملات دالة الارتباط الذاتي تقع داخل حدود الثقة وهذا يعني أن سلسلة البواقي مستقرة (أي أن سلسلة الأخطاء عشوائية) مما يدل على أن النموذج المقدر جيد وملئم.

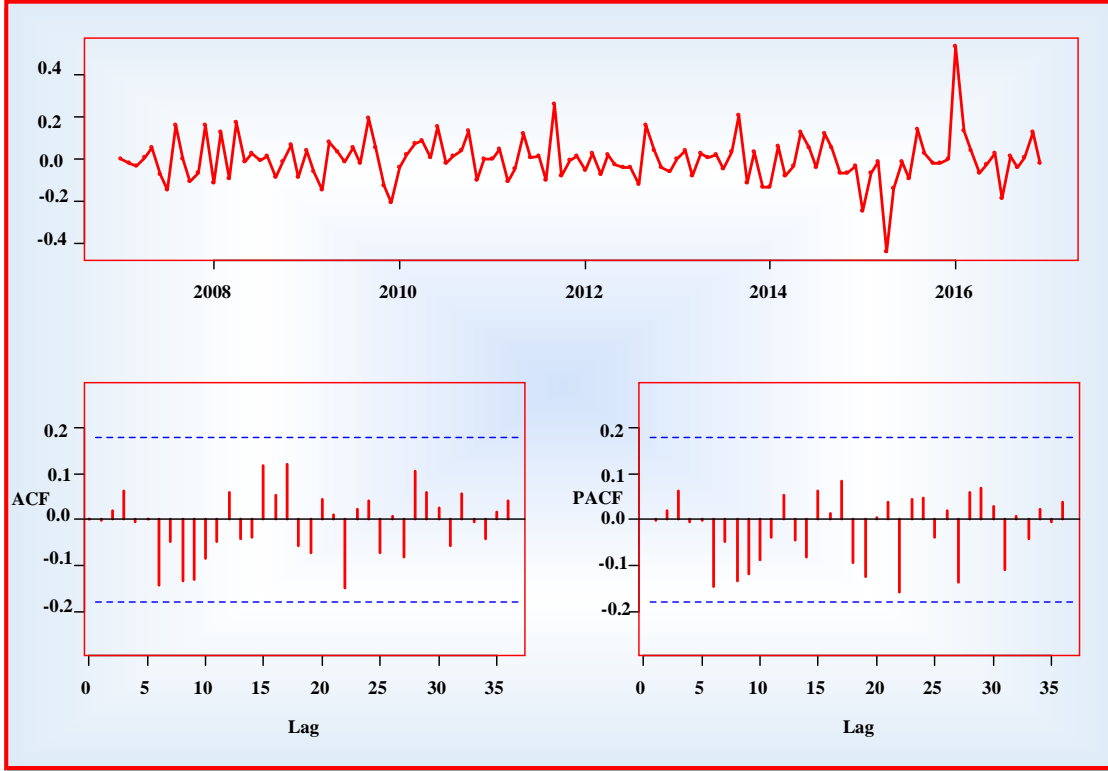
ب- اختبار Ljung-box

يستعمل هذا الاختبار لدراسة المعنوية الكلية لمعاملات الارتباط الذاتي، وتم إجراء هذا الاختبار على

سلسلة البواقي كما هي موضحة في الجدول (3.12):

شكل (3.13)

البواقى ودالة الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي لبواقى نموذج ARIMA (1,1,0)



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

جدول (3.12)

نتائج اختبار *Ljung-box* لنموذج ARIMA (1,1,0)

χ^2	df	P -value
25.426	35	0.8825

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

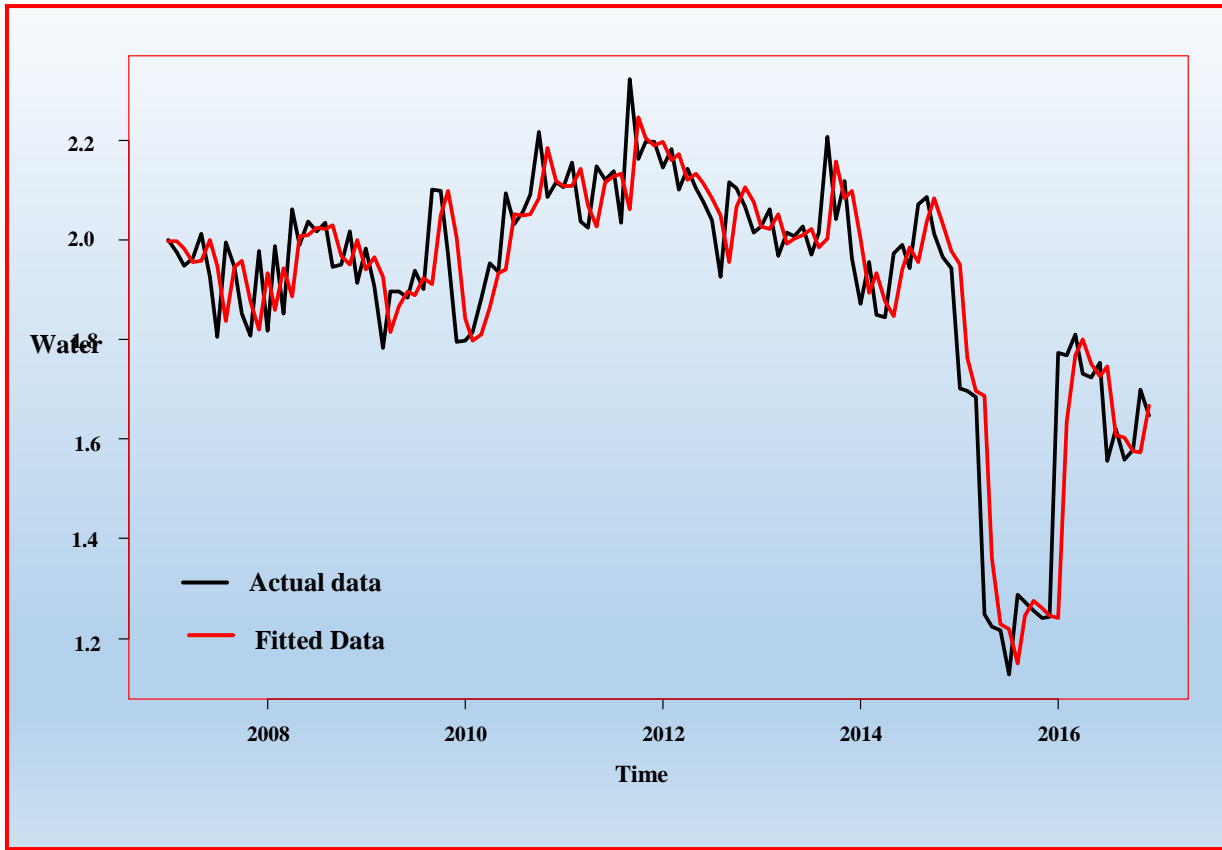
من خلال الجدول (3.12) الذي يوضح اختبار *Ljung-box* أظهرت النتيجة عدم وجود ارتباط ذاتي في بواقى السلسلة، حيث بلغت القيمة المحسوبة للاختبار $\chi^2 = 25.426$ عند درجات حرية $df = 35$ ومستوى معنوية (0.8825)، وهي أكبر من (0.05)، مما يدل دلالة واضحة على أن سلسلة البواقى عشوائية ومستقرة، وهذا يعني أن سلسلة البواقى مستقلة وغير مترابطة، ومنه نتوصل إلى أن سلسلة الأخطاء مستقرة ولا يوجد ارتباط ذاتي بين البواقى، أي أن النموذج جيد وملئم ويمكن استخدامه في التنبؤ.

3.4.5 مقارنة القيم الفعلية بالقيم التقديرية:

بعد إجراء الاختبارات التشخيصية السابقة على النموذج واجتيازها لمرحلة الفحوص التشخيصية والتأكد من صلاحية النموذج في التنبؤ تأتي مرحلة التنبؤ، حيث تتم مقارنة القيم التقديرية مع القيم الفعلية وحساب معايير دقة التنبؤ التي يمكن استخدامها للمقارنة مع الطرق الأخرى، وقد تمت المقارنة بين السلسلة الزمنية الفعلية لاستهلاك المياه والسلسلة الزمنية المتنبأ بها كما هي موضحة في الشكل (3.14):

شكل (3.14)

مقارنة السلسلتين الأصلية والمقدرة



المصدر: إعداد الباحث بالاستعانة ببرنامج R

نلاحظ في الشكل (3.14) بأن القيم المقدرة تتطابق إلى حد كبير مع القيم الفعلية للسلسلة لذلك يمكن القول بأن النموذج المقدر يُعد نموذجاً كفوفاً وملائماً ويمكن استخدامه في التنبؤ. وتم حساب معايير دقة التنبؤ للنموذج المقدر $ARIMA(1,1,0)$ ، وكانت النتائج كما هي موضحة في الجدول (3.13):

جدول (3.13)

معايير دقة التنبؤ لنموذج ARIMA(1,1,0)

MAPE	MSE	MAE	MFE
4.039496	0.011625	0.0739799	-0.0035479

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

3.5 تمثيل نموذج ARIMA(1,1,0) باستخدام منهجية فضاء الحالة:

بعد تطبيق منهجية بوكس-جينكنز ووجد أن نموذج ARIMA(1,1,0) هو أفضل نموذج، لذلك سوف يتم صياغة هذا النموذج باستخدام فضاء الحالة. ومن الصيغة العامة لنموذج فضاء الحالة المعرفة في المعادلتين (2.2.1) (2.2.2) فإنه يمكن كتابة النموذج ARIMA(1,1,0) بصيغة فضاء الحالة كما يلي:

معادلة المشاهدة هي:

$$Y_t = X_t$$

ومعادلة الحالة هي:

$$X_{t+1} = (-0.2569)X_t + \eta_t$$

حيث إن:

$$Z = 1 \quad , \quad T = \phi$$

$$R = 1 \quad , \quad H = 0 \quad , \quad Q = \sigma_\eta^2$$

ويمكن كتابة النموذج السابق ARIMA(1,1,0) بصيغة الفروق (3) كما يلي:

معادلة المشاهدة

$$Y_t = [1 \quad 1] X_t$$

³ للمزيد حول هذه الصيغة يمكن العودة إلى:

(Pelagatti, 2016, Time Series Modelling with Unobserved Components)

معادلة الحالة

$$[X_{t+1}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -0.25957 \end{bmatrix} X_t + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \eta_t$$

حيث إن:

$$Z = [1 \quad 1] , \quad T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -0.25957 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} , \quad H = 0, \quad Q = \sigma_{\eta}^2$$

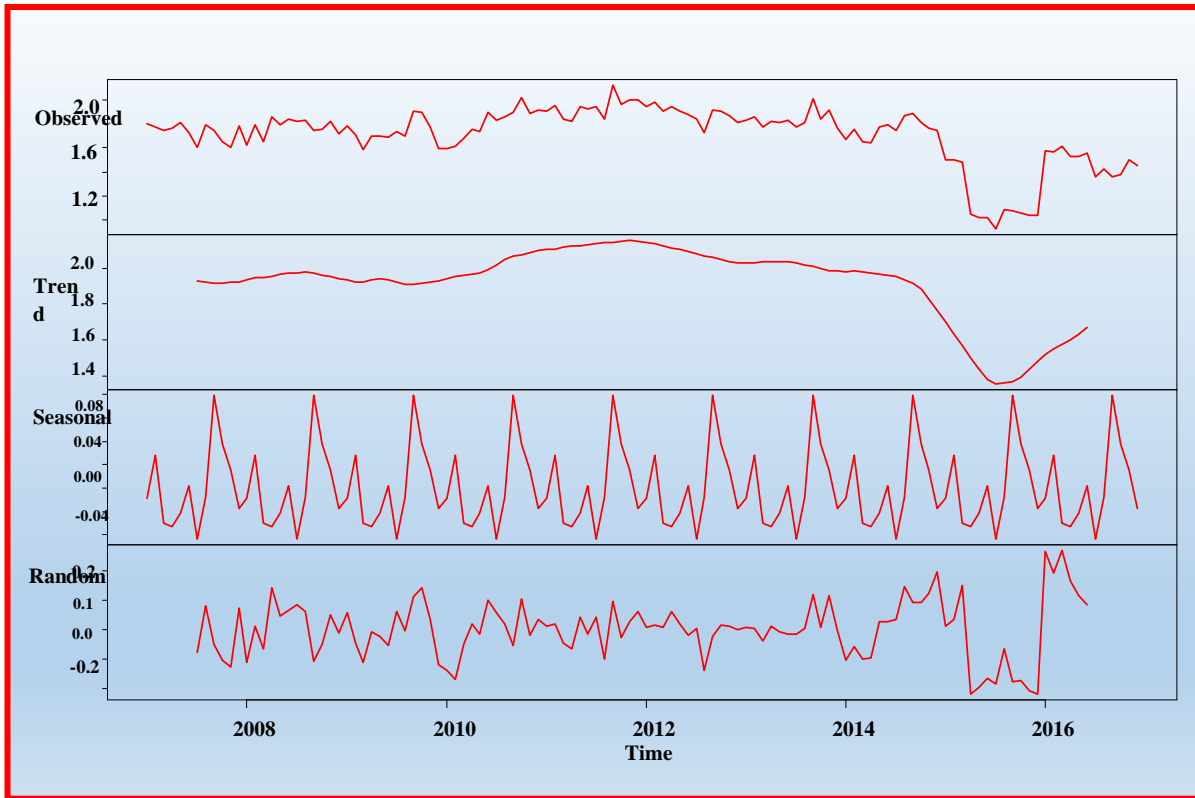
وبلاحظ من تمثيل نموذج ARIMA(1,1,0) في شكل فضاء الحالة عدم وجود فرق بين تمثيل نماذج ARIMA باستخدام فضاء الحالة ونماذج ARIMA النظامية، حيث يحوي كل من النموذجين على نفس المعالم، ولذا سيتم المقارنة بين نموذج ARIMA(1,1,0) في شكل فضاء الحالة مع النموذج الأفضل من طريقة التمهيد الآسي النظامية (ES) ونماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي (ETS).

3.6 التنبؤ باستخدام طرائق التمهيد الآسي:

تعتبر طرائق التمهيد الآسي من الطرائق التي تمتاز بسهولة تطبيقها، حيث يتم التعامل مع السلسلة الزمنية الفعلية دون الحاجة إلى استقرارها، ولكن قبل تطبيق هذه الطرائق نحتاج إلى تحديد نقطتين مهمتين: النقطة الأولى: تحديد القيم الابتدائية (x_0)، النقطة الثانية: تقدير قيم معالم التمهيد وهي (a, b, γ, φ) ، حيث يمكن أن نقوم بتقدير هذه القيم وإمداد البرنامج بها، أو نترك حسابها على البرنامج بحيث يختار المعالم بناءً على القيمة الأدنى لمعايير دقة التنبؤ. وهنا سوف يتم أولاً استخدام طرائق التمهيد الآسي (ES) والمقارنة بينها لاختيار أفضل طريقة في التنبؤ، ثم استخدام نماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي (ETS). ولكن قبل البدء بتطبيق طرائق التمهيد الآسي سيتم الكشف عن طبيعة السلسلة الزمنية، وذلك لتطبيق طرائق التمهيد الآسي التي تتوافق مع خصائص السلسلة الزمنية، وقد تم تفكيك السلسلة الزمنية إلى مركباتها لإظهار كل مركبة في شكل مستقل، كما يوضحها الشكل (3.15):

شكل (3.15)

تفكيك السلسلة الزمنية (water) إلى مركباتها



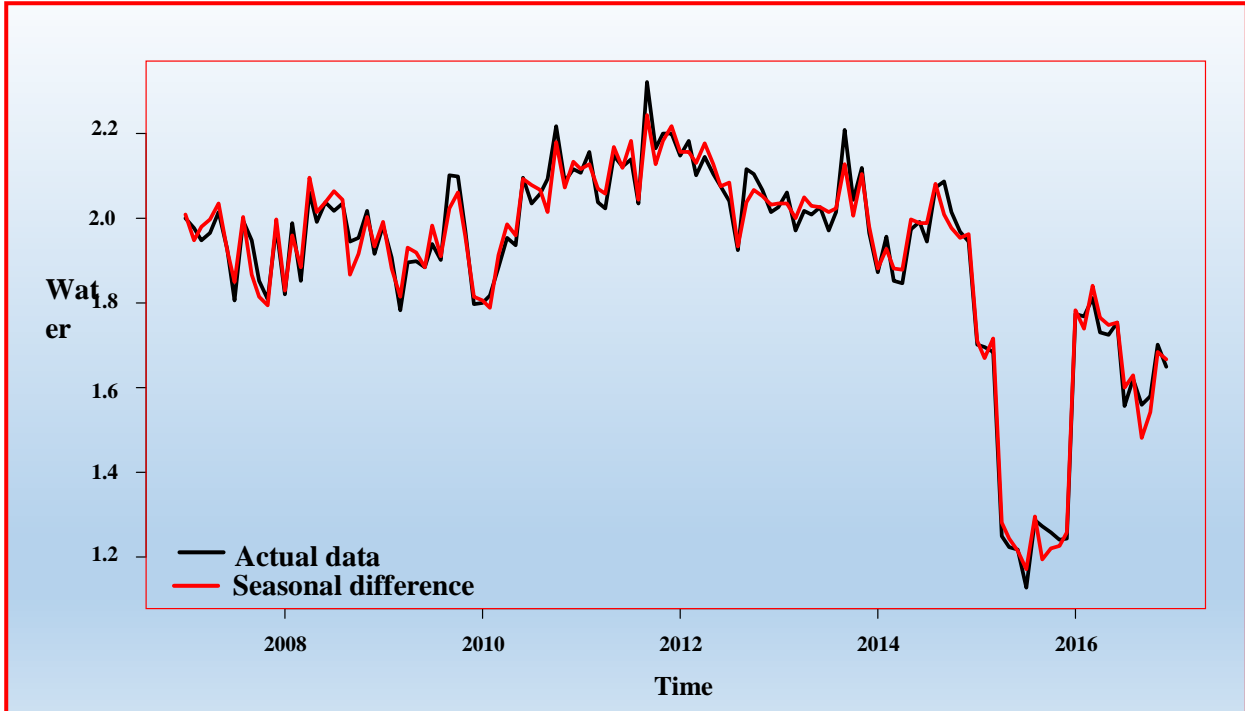
المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

يوضح الشكل (3.15) تفكيك السلسلة الزمنية (*water*) إلى مركباتها الرئيسية، حيث إن الشكل بالأعلى (الأول من أعلى) يمثل السلسلة الزمنية الفعلية، أما الشكل أسفله مباشرة (الثاني من أعلى) يمثل مركبة الاتجاه العام، ويمثل الشكل الثالث من أعلى المركبة الموسمية، وأخيراً المركبة أو التغيرات العشوائية، ونلاحظ أن السلسلة الزمنية لا يوجد بها اتجاه عام ولا يوجد بها تغيرات موسمية؛ ولذا فإن السلسلة مضافة.

وبعد ذلك تم نزع المركبة الموسمية من السلسلة الزمنية الفعلية (*water*)، ورسم السلسلة الزمنية الفعلية ومقارنتها مع السلسلة الزمنية بعد نزع المركبة الموسمية، وذلك للتأكد من وجود تغيرات موسمية في السلسلة، وكانت النتائج كما هي موضحة في الشكل (3.16):

شكل (3.16)

تأثير التغيرات الموسمية على السلسلة الزمنية لاستهلاك المياه



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

من الشكل (3.16) الذي يوضح الفرق بين السلسلة الزمنية لاستهلاك المياه بعد نزع المركبة الموسمية باللون الأحمر (*Seasonal difference*) والسلسلة الزمنية الفعلية لاستهلاك المياه (*Actual data*) قبل حذف المركبة الموسمية باللون الأسود، نلاحظ أنه لا يوجد فرق كبير في السلسلة قبل إزالة المركبة الموسمية وبعد إزالتها، وهناك شبه تطابق بين السلسلتين، وبالتالي يمكن القول إن السلسلة الزمنية خالية من أي مركبة موسمية.

ومن النتائج السابقة الخاصة بتحليل خصائص السلسلة الزمنية يتبين أنها لا تملك اتجاه عام ولا تملك موسمية؛ ولذا فإن طريقة التمهيد الآسي البسيط هي الطريقة المناسبة لهذا النوع من البيانات، لأنها تستخدم في الحالة التي يكون فيها الاتجاه العام ضعيفاً أو غير موجود ولا تحوي على مركبة موسمية. وعلى هذا الأساس سيتم تطبيق طريقة التمهيد الآسي البسيط باستخدام معالم تمهيد مختلفة، واختيار معلمة ثابت التمهيد التي تحقق القيمة الأقل لمعايير دقة التنبؤ كما هي موضحة في الجدول (3.14):

جدول (3.14)

قيم المعالم المستخدمة في التمهيد الآسي البسيط ومعايير المقارنة بينها

a						معايير المقارنة
0.99	0.90	0.76	0.60	0.40	0.20	
-0.0039476	-0.003911	-0.003788	-0.004849	-0.007435	-0.015453	MFE
4.130208	4.08601	4.077162	4.177219	4.586420	5.789418	MAPE
0.0124143	0.011964	0.0117973	0.1213635	0.014387	0.0206735	MSE
0.0766787	0.0753175	0.0746581	0.0755274	0.0813941	0.0983846	MAE

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

من الجدول (3.14) يتضح أن القيمة المثلى لمعلمة ثابت التمهيد a والتي تحقق القيمة الأقل لمعايير دقة التنبؤ المتمثلة بـ MFE, MAPE, MSE, MAE هي عندما تساوي $a = 0.76$ ، ولذا فإن التمهيد الآسي البسيط SES والتي يرمز لها أيضاً بالرمز (N,N) هي أفضل طريقة عندما $a = 0.76$ ، والقيم الابتدائية المقدرة $\ell_0 = 1.999361$

ولذلك يمكن كتابة معادلات النموذج بالشكل:

$$\ell_t = ay_t + (1 - a) \ell_{t-1}$$

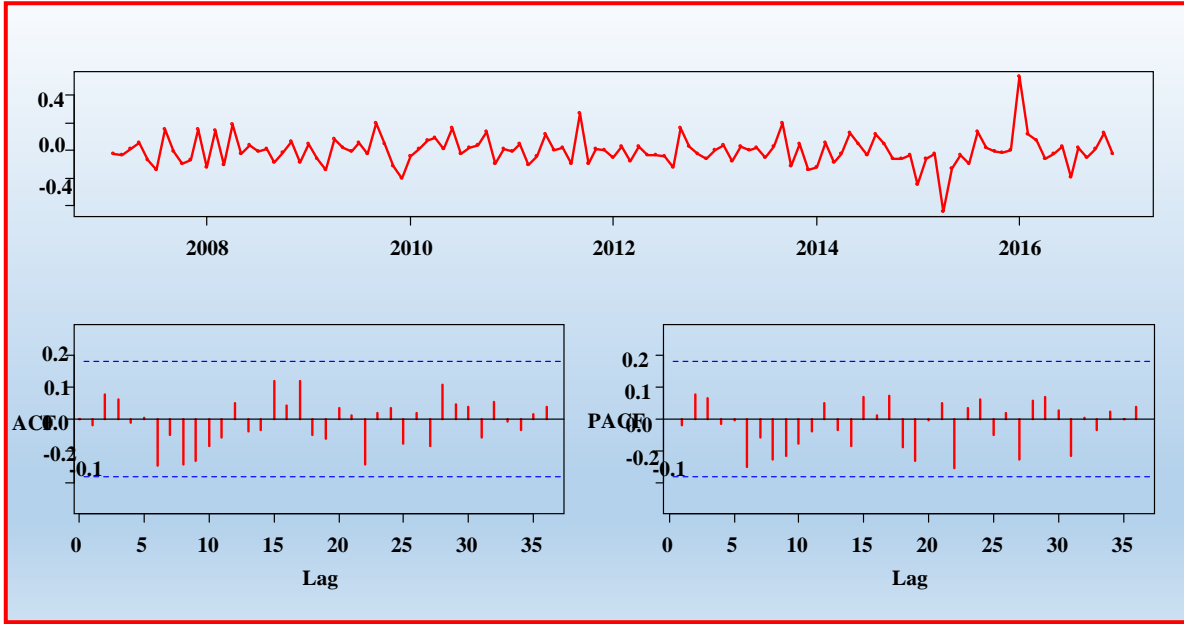
وبالتعويض عن قيمة a في النموذج:

$$\ell_t = (0.76)y_t + (0.2374)\ell_{t-1}$$

وللتأكد من صلاحية النموذج للتنبؤ تم إجراء تحليل للبواقي برسم البواقي، ورسم دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي، كما هي موضحة في الشكل (3.17):

شكل (3.17)

البواقي ودالة الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي لبواقي طريقة (N,N)



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

من الشكل (3.17) نلاحظ أن أكثر من 95% من معاملات دالة الارتباط الذاتي تقع داخل حدود الثقة مما يدل على أن سلسلة البواقي مستقرة (أي أن سلسلة الأخطاء عشوائية).
وتم إجراء اختبار *Ljung-box* على سلسلة البواقي، كما هي موضحة في الجدول (3.15):

جدول (3.15)

نتائج اختبار *Ljung-box* لنموذج ES(N,N)

x^2	df	$P-value$
26.169	35	0.8858

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

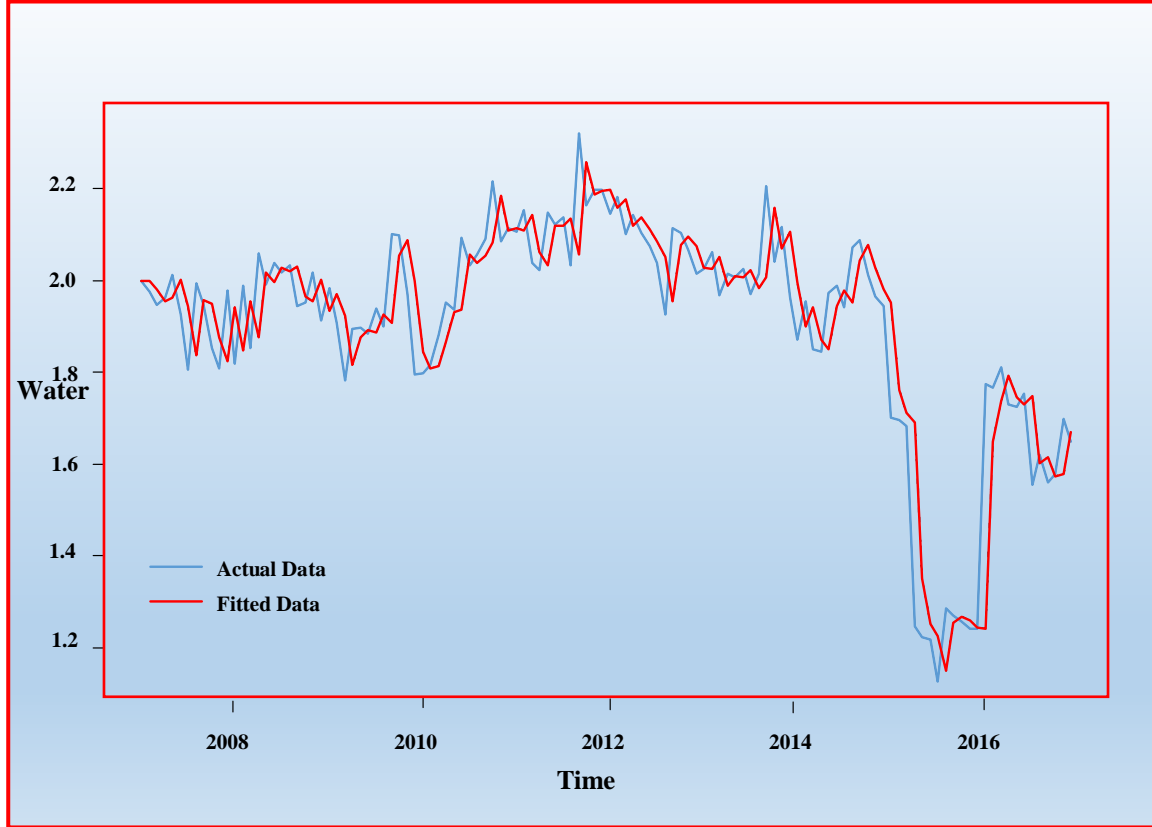
من الجدول (3.15) نلاحظ أن قيمة مربع كاي بلغت $x^2 = 26.169$ عند درجة حرية $df = 35$ ، وبلغ مستوى المعنوية لها (0.8858)، وهي أكبر من (0.05)، وبالتالي فإن سلسلة البواقي مستقلة وغير مترابطة، ومنه نتوصل إلى أن سلسلة الأخطاء مستقرة ولا يوجد ارتباط ذاتي بين البواقي، ما يدل على أن النموذج المقدر جيد وملئم ويمكن استخدامه في التنبؤ.

بعد تقدير النموذج وفحصه والتأكد من صلاحيته يمكن استخدامه في التنبؤ بالقيم المستقبلية باستهلاك المياه، والشكل (3.18) يوضح القيم الفعلية والقيم المتنبأ بها لاستهلاك المياه في محافظة عدن، والذي

يتضح منه أن هناك تطابق كبير بين القيم الفعلية والقيم المقدرة، مما يؤكد أن الطريقة الأفضل من بين طرائق التمهيد الأسّي هي طريقة التمهيد الأسّي البسيط.

شكل (3.18)

القيم التقديرية والقيم الفعلية لنموذج ES(N,N)



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

وأخيراً تم إيجاد معايير دقة التنبؤ لنموذج التمهيد الأسّي البسيط (N,N)، كما هي موضحة في

الجدول (3.16):

جدول (3.16)

معايير دقة التنبؤ للتمهيد الأسّي البسيط ES(N,N)

MAPE	MSE	MAE	MFE
4.077162	0.0117973	0.0746581	-0.0037883

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

3.7 نماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي:

إن الطريقة السابقة في التمهيد الآسي تستخدم في حالة التنبؤ بنقطة فقط وتعاني من مشكلات عدة، أهمها أن عملية الاختيار بين النماذج المرشحة تتم بالاعتماد على مقاييس دقة التنبؤ فتكمن المشكلة في تحديد هذه النماذج، حيث تتطابق التنبؤات في النماذج المضافة والمضاعفة وفي هذه الحالة لا تستطيع معايير دقة التنبؤ تحديد الطريقة الأفضل بناءً على الأخطاء، وكذلك فإن حساب فترات التنبؤ تكون معقدة، لذلك يتم استخدام نماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي التي تتميز بإمكانية حساب الاحتمالات وفترات التنبؤ ومعايير اختيار أفضل نموذج AIC, BIC .

ولذا سيتم تقدير طريقة فضاء الحالة للتمهيد الآسي البسيط $ETS(A,N,N)$ باستخدام معالم تمهيد مختلفة واختيار المعلمة التي تحقق أقل قيمة لمعيار AIC, BIC ، وكانت النتائج كما هي موضحة في الجدول (3.17):

جدول (3.17)
المعالم المستخدمة في عملية التمهيد ومعايير المقارنة بين النماذج

a							معايير المقارنة
0.99	0.90	0.80	0.76	0.60	0.40	0.20	
51.83	47.39	44.91	44.70	49.10	69.47	112.79	AIC
57.40	52.97	50.49	50.28	54.67	75.04	118.36	BIC

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

من النتائج الموضحة في الجدول (3.17) نلاحظ أن معلمة التمهيد التي تحقق أقل قيمة لمعيار AIC, BIC تساوي (0.76)، وهي نفس النتيجة التي توصلنا إليها باستخدام التمهيد الآسي البسيط الكلاسيكي.

وعليه فإن نموذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي البسيط بأخطاء مضافة $ETS(A,N,N)$ هو النموذج الأفضل، ويتكون هذا النموذج من معادلتين المشاهدة والحالة المعرفة في (2.6.1)(2.6.2)

حيث إن القيمة الابتدائية ℓ_0 يتم حسابها عن طريق تقدير الاتجاه الخطي باستخدام الانحدار الخطي وذلك للملاحظات العشر الأولى في السلسلة الزمنية⁽⁴⁾، وتم حسابها وبلغت $\ell_0 = 1.992435$ وأن

4 يمكن العودة إلى Hyndman et al , 2008, Forecasting with Exponential Smoothing: The State Space Approach

معلمة ثابت التمهيد تساوي $a = 0.76$ ، وبالتعويض في معادلات نموذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي البسيط بأخطاء مضافة ETS(A,N,N):

$$l_t = l_{t-1} + ae_t$$

$$l_1 = l_0 + ae_1$$

$$l_1 = 1.992435 + 0.76e_t$$

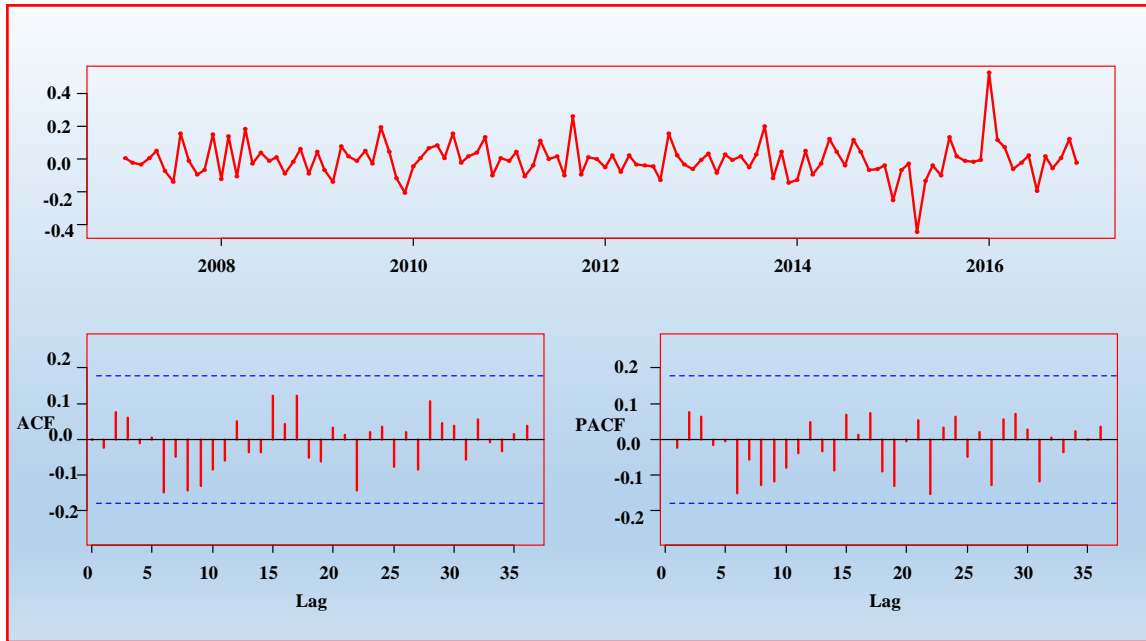
حيث إن:

$$x_t = l_t , Z = 1 , T = 1 , R = a$$

وتم إجراء اختبارات الفحوص التشخيصية لنموذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي البسيط بأخطاء مضافة ETS(A,N,N)، من خلال اختبار البواقي للنموذج، حيث تم التأكد من صلاحية النموذج للتنبؤ وذلك برسم البواقي وكذا رسم دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الجزئي للبواقي، كما هي موضحة في الشكل (3.20)، والذي يتضح منه أن أكثر من 95% من معاملات دالة الارتباط الذاتي تقع داخل حدود الثقة ما يدل على أن سلسلة البواقي مستقرة (أي أن سلسلة الأخطاء عشوائية)

شكل (3.19)

البواقي ودالة الارتباط الذاتي والجزئي لبواقي نموذج ETS(A,N,N)



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

وتم إجراء اختبار *Ljung-box* على سلسلة البواقي، كما هي موضحة في الجدول (3.18)، حيث

بلغت قيمة اختبار كاي $x^2 = 26.436$ عند درجة حرية $df = 35$ ، وبلغ مستوى المعنوية لها

(0.8781)، وهي أكبر من (0.05)، وبالتالي فإن سلسلة البواقي مستقلة وغير مترابطة، ومنه نتوصل إلى أن سلسلة الأخطاء مستقرة ولا يوجد ارتباط ذاتي بين البواقي، ما يدل على أن النموذج المقدر جيد وملائم ويمكن استخدامه في التنبؤ.

جدول (3.18)

نتائج اختبار *Ljung-box* لنموذج $ETS(A,N,N)$

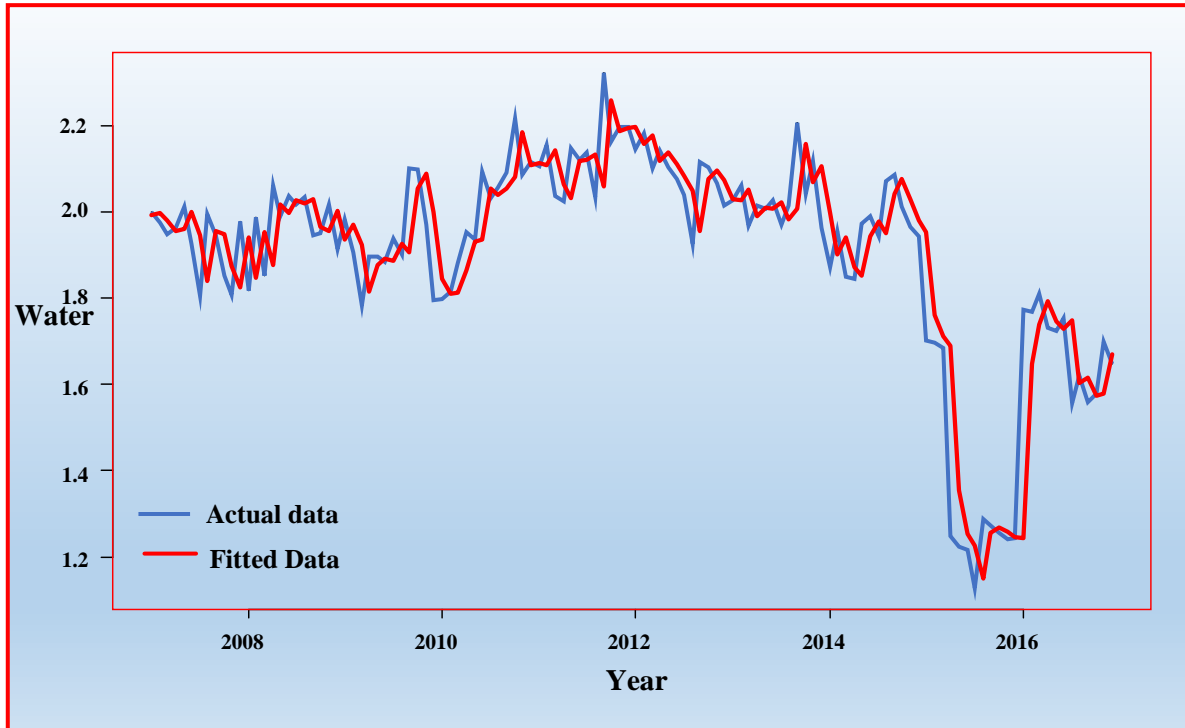
χ^2	df	P -value
26.436	35	0.8781

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

وبعد ذلك تم إيجاد القيم التقديرية للنموذج المقدر $ETS(A,N,N)$ لمقارنتها مع القيم الفعلية للسلسلة الزمنية والموضحة في الشكل (3.20).

شكل (3.20)

القيم التقديرية والقيم الفعلية لنموذج $ETS(A,N,N)$



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

حيث نلاحظ من الشكل (3.20) أن هناك تطابق كبير بين القيم الفعلية والقيم المقدره عندما تساوي معلمة التمهيد $a = 0.763$ ، ما يؤكد لنا أن النموذج الأفضل هو نموذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي البسيط بأخطاء مضافة $ETS(A,N,N)$.

وتم إيجاد معايير دقة التنبؤ لنموذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي البسيط بأخطاء مضافة
ETS(A,N,N) كما هي موضحة في الجدول (3.19)

جدول (3.19)

معايير دقة التنبؤ لنموذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي البسيط ETS(A,N,N)

MAPE	MSE	MAE	MFE
4.077159	0.01169847	0.0746508	-0.00369917

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

وعند المقارنة بين نموذج التمهيد الآسي البسيط ES(N,N) ونموذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي البسيط ETS(A,N,N) عن طريق معايير دقة التنبؤ بين النماذج MSE, MAE, MAPE, MFE كانت النتائج كما هي موضحة في الجدول (3.20):

جدول (3.20)

المقارنة بين ETS(A,N,N) و ES(N,N)

النموذج المقدر		معايير دقة التنبؤ
ETS(A,N,N)	ES(N,N)	
0036991 -0.	-0.0037883	MFE
0746508 0.	0.0746581	MAE
0.0116985	30.011797	MSE
0771590 4.	24.07716	MAPE

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

من الجدول (3.20) نلاحظ أنه لا يوجد اختلافات كبيرة في استخدام طريقة التمهيد الآسي البسيط ES(N,N) وطريقة فضاء الحالة للتمهيد الآسي البسيط ETS(A,N,N)، إلا أنه يمكن تفضيل نموذج ETS(A,N,N) لأنه كان أكثر دقة اعتماداً على معايير دقة التنبؤ للمفاضلة بين الطريقتين، لذلك سيتم مقارنته مع نموذج ARIMA(1,1,0).

3.8 المفاضلة بين نماذج ARIMA والتمهيد الآسي ETS

مما سبق وجدنا أن أفضل نموذج باستخدام طريقة بوكس-جينكنز هو $ARIMA(1,1,0)$ وفي التمهيد الآسي فإن نموذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي البسيط $ETS(A,N,N)$ هو النموذج الأفضل؛ لذا سيتم المفاضلة بينهما للوصول إلى النموذج الأفضل منها اعتماداً على معايير دقة التنبؤ للمفاضلة بين النماذج، وكانت النتائج كما هي مبينه في الجدول (3.21):

جدول (3.21)

معايير دقة التنبؤ للمفاضلة بين $ARIMA(1,1,0)$ و $ETS(A,N,N)$

النموذج المقدر		معايير دقة التنبؤ
التمهيد الآسي البسيط $ETS(A,N,N)$	نموذج $ARIMA(1,1,0)$	
00369917 -0.	-0.0035479	MFE
0746508 0.	0.0739799	MAE
0.01169847	0.0116250	MSE
0771590 4.	4.0394960	MAPE

المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

يتضح من الجدول (3.21) الذي يوضح معايير دقة التنبؤ للمفاضلة بين نموذج $ARIMA(1,1,0)$ والتمهيد الآسي البسيط $ETS(A,N,N)$ ، أن هناك تقارب في معايير دقة التنبؤ المستخدمة $MFE, MAE, MSE, MAPE$ في كلا الطريقتين، وهذا دليل على كفاءتهما في التنبؤ، ولكن يجب أن يتم اختيار النموذج الذي يحقق أقل القيم لهذه المعايير، حيث أن أقل قيمة لهذه المعايير تعني الأفضلية للنموذج.

ولذلك يمكن تفضيل نموذج $ARIMA(1,1,0)$ لأنه تفوق على طريقة التمهيد الآسي البسيط $ETS(A,N,N)$ بحصوله على أقل القيم اعتماداً على معايير دقة التنبؤ للمفاضلة بين النماذج المختلفة. وبناءً على هذا يمكن القول إن نموذج $ARIMA(1,1,0)$ هو النموذج الأفضل للتنبؤ باستهلاك المياه؛ لذا سيتم تطبيق مرشح كالمن على هذا النموذج ثم إجراء التنبؤ لتحسين التقديرات كما سيوضح في النقطة التالية.

3.9 استخدام مرشح كالمن لتقدير نموذج ARIMA(1,1,0):

من خلال المقارنة بين نموذج ARIMA(1,1,0) و ETS(A,N,N) وجد أن نموذج ARIMA(1,1,0) هو النموذج الأفضل بناءً على معايير دقة التنبؤ؛ ولذا سيتم تطبيق مرشح كالمن على هذا النموذج.

فعند تحويل النموذج ARIMA (1,1,0) إلى شكل فضاء الحالة يمكن استخدام مرشح كالمن الذي يحوي مجموعة من المعادلات التكرارية للتنبؤ والتحديث.

ولكن قبل البدء باستخدام مرشح كالمن يجب أن يتم تزويد المرشح بالقيم الأولية أو الابتدائية والتي

تتمثل في متوسط متجه الحالة (x_0) وتباين متجه الحالة (p_0) .

وهناك عدد من الطرائق التي يتم فيها حساب القيم الأولية لمعالم النموذج المقدر، والتي تسمى بقيم انطلاق المرشح وذلك حسب النموذج المقدر، وهنا لدينا النموذج المقدر ARIMA (1,1,0)، لذا فإن تحديد القيم الأولية لانطلاق المرشح في نموذج ARIMA (1,1,0) يتم وفق التالي (5):

$$x_0 = 0$$

$$p_0 = \frac{\sigma_\eta^2}{1 - \phi^2} = \frac{1}{1 - (-0.2596)^2} = 1.0722$$

ثم يتم حساب المعادلات التكرارية لمرشح كالمن، والذي يتم تنفيذه وفق مرحلتين حيث تشمل كل مرحلة مجموعة من المعادلات وهي معادلات التنبؤ ومعادلات التصحيح أو تحديث القياس، حيث يتم في الخطوة الأولى تقدير متغير الحالة ومصفوفة التباين المشترك، والنتائج التي حصلنا عليها موضحة في

الملحق (2)، حيث تم احتساب كل من متجه الحالة $x_{t+1|t}$ وتباين متجه الحالة $P_{t+1|t}$ في معادلات

تحديث الوقت (التنبؤ) للنموذج ARIMA (1,1,0)، ثم يتم حساب ربحية كالمن K_t Kalman Gain التي تستخدم في معادلات تحديث القياسات (تصحيح)، ثم استخدام معادلات التحديث (تصحيح) القياسات

لنموذج ARIMA (1,1,0) وذلك بالاستفادة من متجه الحالة $x_{t+1|t}$ وتباين متجه الحالة $P_{t+1|t}$ وكذا

⁵ يمكن الاطلاع على الطرق المستخدمة في تقدير القيم الأولية عندما يكون النموذج ARIMA (1,1,0) في (Commandeur & Koopman, 2007, 137)

ربحية كالمن K_t للحصول على متجه الحالة الجديد $X_{t+1|t+1}$ وتباين متجه الحالة الجديد $P_{t+1|t+1}$ وفق المعادلات الموضحة في الشكل (2.4) من الفصل الثاني.

وبناءً على ما سبق وبعد تحديد القيم الأولية تم التنبؤ بخطوة واحدة لمتجه الحالة $X_{t+1|t}$ لنموذج $ARIMA(1,1,0)$ ، ابتداءً من القيمة صفر (القيمة الأولية لمتوسط الحالة) وصولاً إلى آخر قيمة، إضافةً إلى التنبؤ بقيمة واحدة بعد آخر قيمة في السلسلة الزمنية (ليتم استخدام هذه القيمة كنقطة انطلاق للمرشح

في معادلات تحديث القياسات)، والشكل (3.21) يوضح التنبؤ بمتجه الحالة الأولي $X_{t+1|t}$

شكل (3.21)
التنبؤ بمتجه الحالة لنموذج $ARIMA(1,1,0)$



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

من الملحق (3) والشكل (3.21) نلاحظ أن تقدير متجه الحالة يتم ابتداءً من القيمة صفر ثم تقدير متجه الحالة لجميع قيم السلسلة الزمنية وصولاً إلى آخر قيمة فيها، ثم التنبؤ بأول قيمة في العام التالي

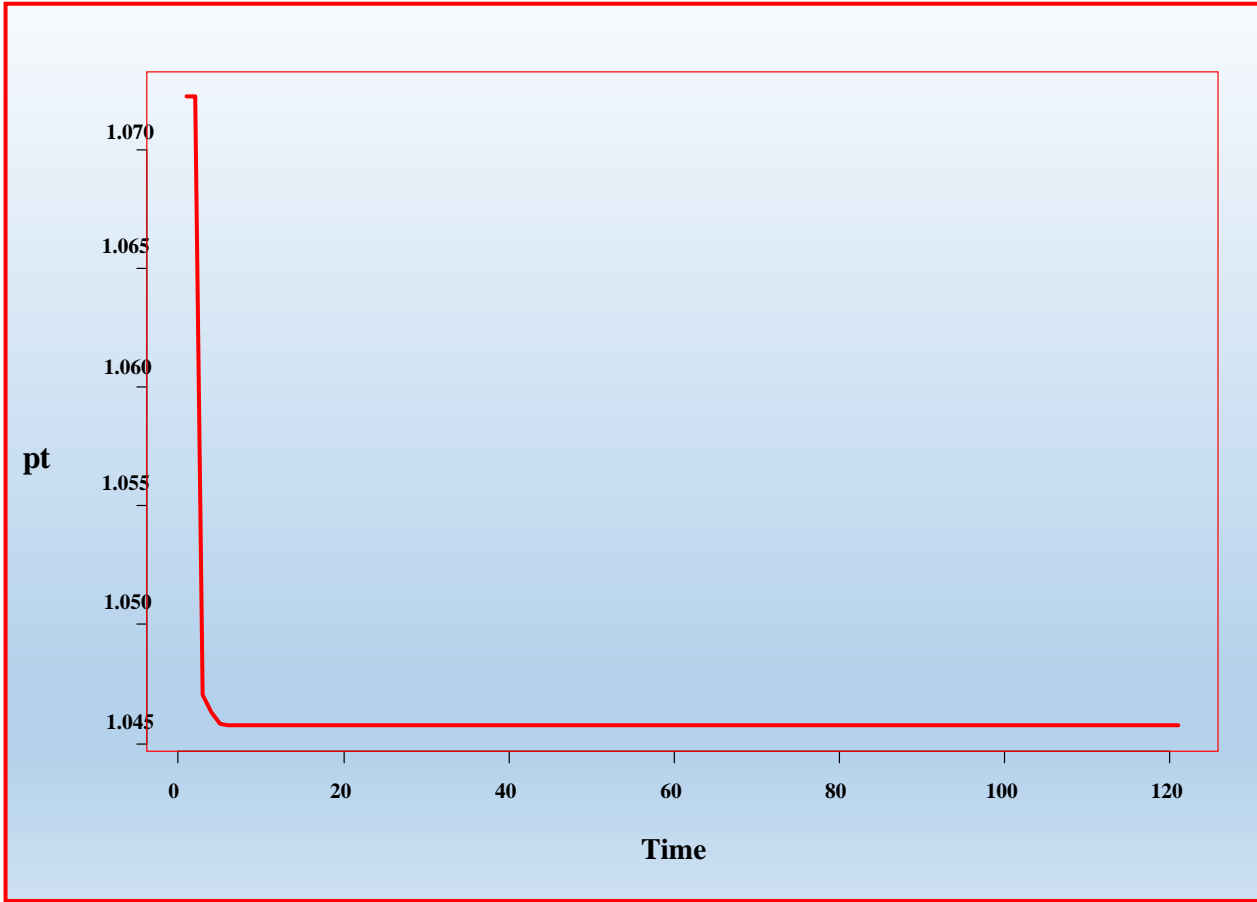
(يناير، 2017) والتي ستستخدم كنقطة انطلاق للمرشح في معادلات تحديث القياسات وبلغت (1.645791).

وتم تقدير تباين متجه الحالة في معادلات تحديث الوقت (التنبؤ) لمرشح كالمن كما هو موضح في

الشكل (3.22)

شكل (3.22)

تباين متجه الحالة لنموذج ARIMA (1,1,0)



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

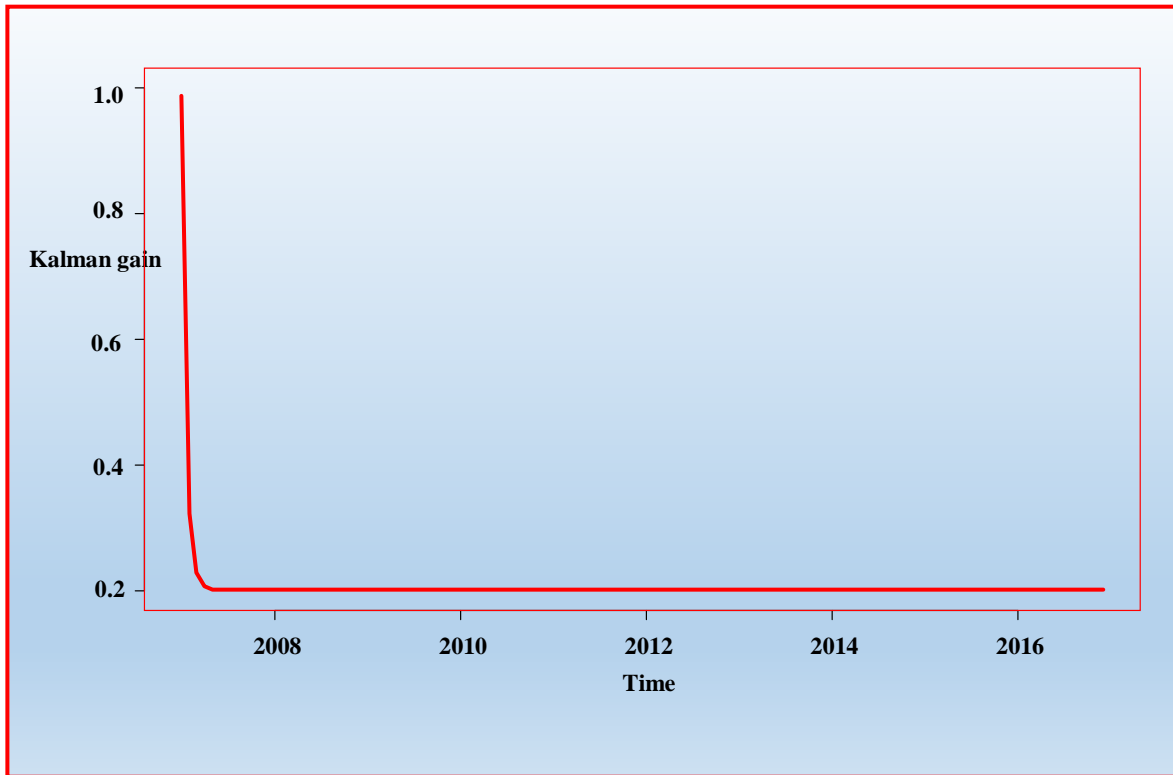
من الشكل (3.22) والملحق (3) الذي يوضح تباين متجه الحالة لنموذج ARIMA (1,1,0) نجد أن

تباين متجه الحالة $P_{t+1|t}$ كانت قيمته في البداية تساوي (1.072245) (وهي القيمة الابتدائية لتباين متجه الحالة) وانخفضت هذه القيمة عند التحديث الثالث لتصل إلى (1.047031) واستمرت بالانخفاض بشكل طفيف ووصلت إلى (1.045757) في التحديث السادس وأستمر انخفاضها إلى أن أستقر عند التحديث التاسع لتصل قيمتها إلى (1.045733) وتواصل الاستقرار وصولاً إلى آخر مشاهدته.

بعد أن يتم تقدير متجه الحالة $X_{t+1|t}$ وتباين متجه الحالة $P_{t+1|t}$ في معادلات تحديث الوقت (التنبؤ) يتم الانتقال إلى تقدير متجه الحالة $X_{t+1|t+1}$ وتباين متجه الحالة $P_{t+1|t+1}$ في معادلات تحديث القياسات (التصحيح)، اعتماداً على ربحية كالمن $Kalman Gain$ والتي تمثل نسبة تباين متجه الحالة إلى تباين خطأ الترشيح وتتراوح قيمتها بين الصفر والواحد. وتم احتساب ربحية كالمن كما هي موضحة في الشكل (3.23):

شكل (3.23)

ربحية كالمن لنموذج ARIMA (1,1,0)



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

من الشكل (3.23) والملحق (3) الذي يوضح ربحية كالمن K_t نلاحظ أن قيمتها كانت في البداية (0.9999953) ثم انخفضت في التحديث الثاني وبلغت (0.3254949) واستمرت في الانخفاض إلى أن وصلت في التحديث السادس (0.2009754) وأستمر هذا الانخفاض إلى أن استقرت عند التحديث الثاني عشر حيث بلغت (0.2006469) واستمرت بالاستقرار إلى آخر مشاهدة.

بعد أن يتم احتساب ربحية كالمن K_t يتم تقدير متجه الحالة في معادلات القياسات (التصحيح)، وتباين متجه الحالة في معادلات تحديث القياسات (التصحيح)، وذلك بالاعتماد على متجه الحالة $x_{t+1|t}$ وتباين

$$\text{متجه الحالة } P_{t+1|t} \text{ و ربحية كالمن } K_t$$

والشكلين (3.24) و (3.25) يوضحان متجه الحالة $x_{t+1|t+1}$ وتباين متجه الحالة $P_{t+1|t+1}$ في

معادلات تحديث (تصحيح) القياسات لنموذج ARIMA (1,1,0).

شكل (3.24)

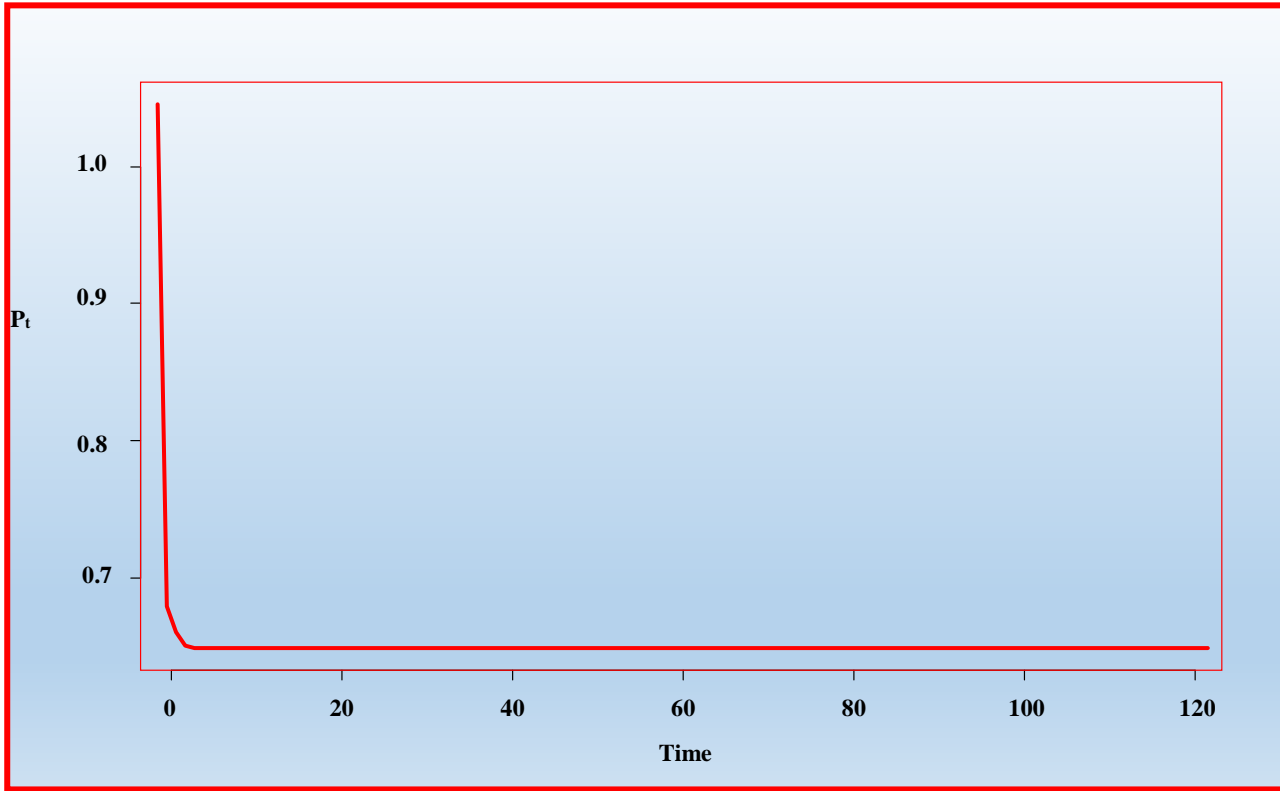
متجه الحالة في معادلات تحديث (تصحيح) القياسات لنموذج ARIMA (1,1,0)



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

شكل (3.25)

تباين متجه الحالة في معادلات تحديث (تصحيح) القياسات لنموذج ARIMA (1,1,0)

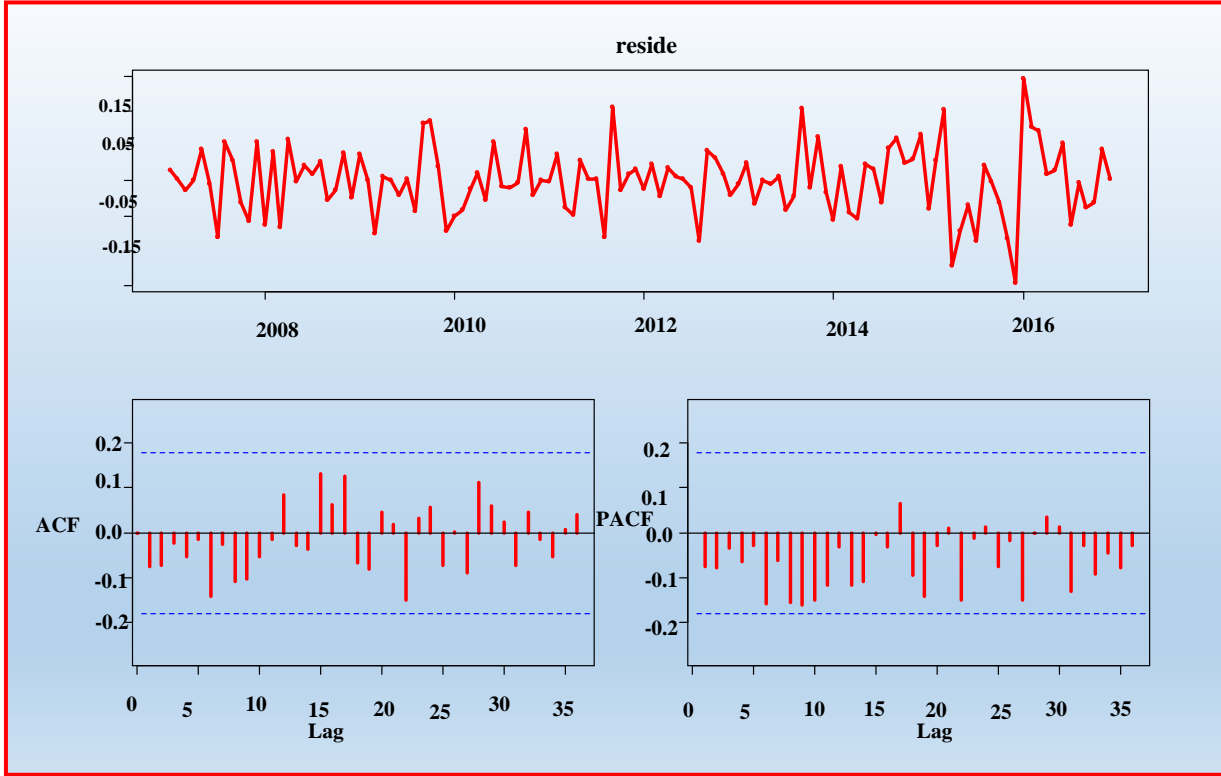


المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

من الشكلين (24.3) (3.25) والملحق (3) اللذين يوضحان متجه الحالة $x_{t+1|t+1}$ وتباين متجه الحالة $P_{t+1|t+1}$ في معادلات تحديث (تصحيح) القياسات لنموذج ARIMA (1,1,0)، نلاحظ أنه تم تحديث متجه الحالة $x_{t+1|t+1}$ لجميع قيم السلسلة الزمنية، وكذا تم تحديث تباين متجه الحالة $P_{t+1|t+1}$ ، حيث كانت قيمته في البداية تساوي (1.0457332) وانخفضت هذه القيمة بشكل كبير عند التحديث الثاني لتصل إلى (0.6787625) وأستمر الانخفاض بشكل طفيف إلى أن وصلت إلى (0.64849) في التحديث السادس واستمرت بالانخفاض إلى أن استقرت عند التحديث التاسع لتصل قيمته إلى (0.6483799) واستمرت بالاستقرار إلى آخر مشاهدة.

وتم إجراء اختبارات للبواقي للنموذج وذلك للتأكد من صلاحية النموذج للتنبؤ وذلك برسم البواقي وكذا رسم دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي للبواقي، كما هي موضحة في الشكل (3.26) والذي يتضح منه أن أكثر من (95%) لمعاملات دالة الارتباط الذاتي تقع داخل حدود الثقة وهذا يدل على أن سلسلة البواقي مستقرة (أي أن سلسلة الأخطاء عشوائية).

شكل (3.26)
البواقي ودالة الارتباط الذاتي للبواقي لمرشح كالمن



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

وتم إجراء اختبار *Ljung-box* على سلسلة البواقي، كما هي موضحة في الجدول (3.22):

جدول (3.22)
نتائج اختبار *Ljung-box*

χ^2	df	$P-value$
11.552	35	0.9993

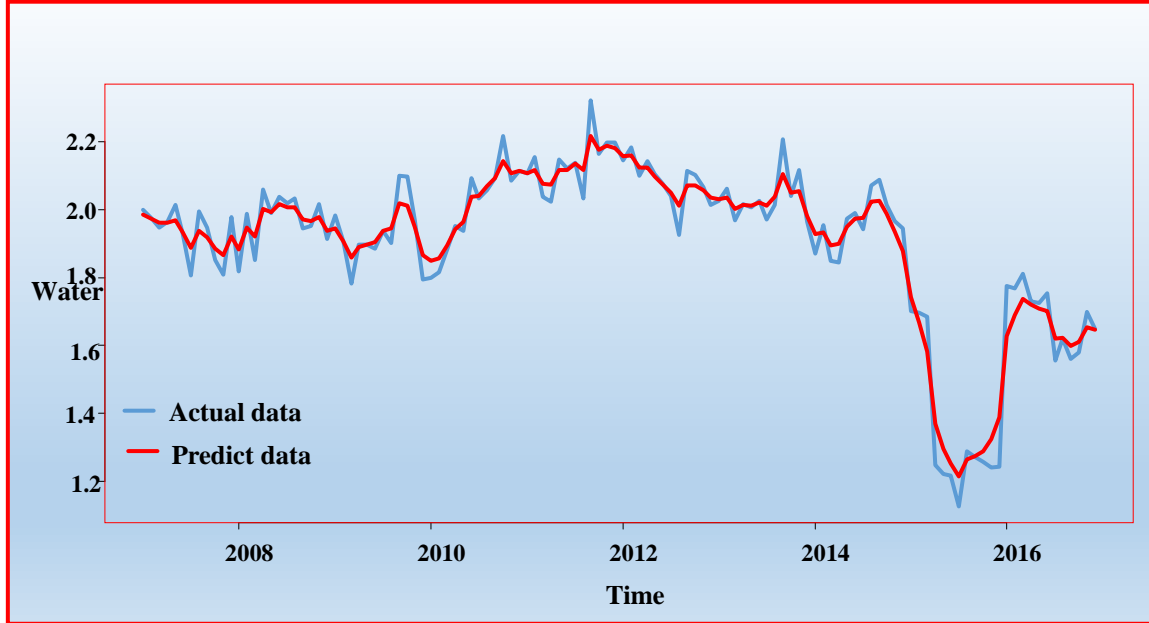
المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

أظهرت النتائج الموضحة في الجدول (3.22) لاختبار *Ljung-box* عدم وجود ارتباط ذاتي في سلسلة البواقي، حيث بلغت قيمة مربع كاي $\chi^2 = 11.552$ عند درجات حرية $df = 35$ ، وبلغ مستوى المعنوية لها (0.9993)، وهي أكبر من (0.05)، ما يدل دلالة واضحة على أن سلسلة البواقي عشوائية ومستقرة، وهذا يعني أن سلسلة البواقي مستقلة وغير مترابطة. ومن خلال ذلك نتوصل إلى أن سلسلة الأخطاء مستقرة ولا يوجد ارتباط ذاتي بين البواقي، أي أن النموذج جيد وملائم ويمكن استخدامه في التنبؤ.

وتمت المقارنة بين القيم التقديرية والقيم الفعلية للسلسلة الزمنية لاستهلاك المياه كما هي موضحة في الشكل (3.27)، حيث نجد أن هناك تطابق إلى حد كبير بين القيم الفعلية والقيم المقدرة لاستهلاك المياه في محافظة عدن، ويمكن القول إن عملية الترشيح باستخدام مرشح كالمن سارت بصورة كفؤة وأن النموذج يمتلك حلول حالة ثابتة وهو ملائم لوصف بيانات السلسلة.

شكل (3.27)

القيم الفعلية والمقدرة لنموذج $ARIMA(1,1,0)$ الذي تم تقديره بمرشح كالمن



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

وتم إيجاد معايير دقة التنبؤ للنموذج $ARIMA(1,1,0)$ والذي طُبّق مرشح كالمن عليه، كما هو موضح في الجدول (3.23)

جدول (3.23)

معايير دقة التنبؤ لنموذج $ARIMA(1,1,0)$ كالمن

<i>MAPE</i>	<i>MSE</i>	<i>MAE</i>	<i>MFE</i>
2.036636	0.0023092	0.0364107	-2.804E-03

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

وعند مقارنة معايير دقة التنبؤ لنموذج $ARIMA(1,1,0)$ كالمن ونموذج $ARIMA(1,1,0)$ ، نلاحظ أن نموذج $ARIMA(1,1,0)$ كالمن أكثر كفاءة من نموذج $ARIMA(1,1,0)$ النظامي، لامتلاكه أقل القيم لمعايير دقة التنبؤ $MSE, MAE, MAPE, MFE$ ، ولذا يمكن القول إن نموذج $ARIMA(1,1,0)$ كالمن هو النموذج الأفضل من بين النماذج السابقة.

3.10 استخدام التحويل المويجي في التنبؤ:

يمكن تحسين القدرة التنبؤية لنماذج ARIMA عن طريق استخدام التحويل المويجي، حيث سيتم هنا أولاً استخدام التحويل المويجي المتقطع MODWT على السلسلة الزمنية الفعلية لاستهلاك المياه، ثم استخدام نماذج ARIMA على السلاسل الناتجة عن عملية التحويل، حيث تنتج عن هذه الطريقة تنبؤات أكثر دقة من استخدام نماذج ARIMA النظامية.

وهناك عدد من المنهجيات التي تستخدم التحويل المويجي مع نماذج ARIMA وسوف يتم استخدام طريقتين مختلفتين لهذه النماذج *Wavelet-ARIMA*، ثم استخدام معايير دقة التنبؤ لمقارنة هذه الطرائق مع مرشح كالمن ونماذج ARIMA النظامية.

3.10.1 الطريقة الأولى *Wavelete-ARIMA-1*:

تتضمن هذه الطريقة عدة خطوات، حيث يتم أولاً تحديد عدد مستويات التحلل باستخدام الصيغة:

$$L = \text{int}[\log(120)] = 2.07 \approx 2$$

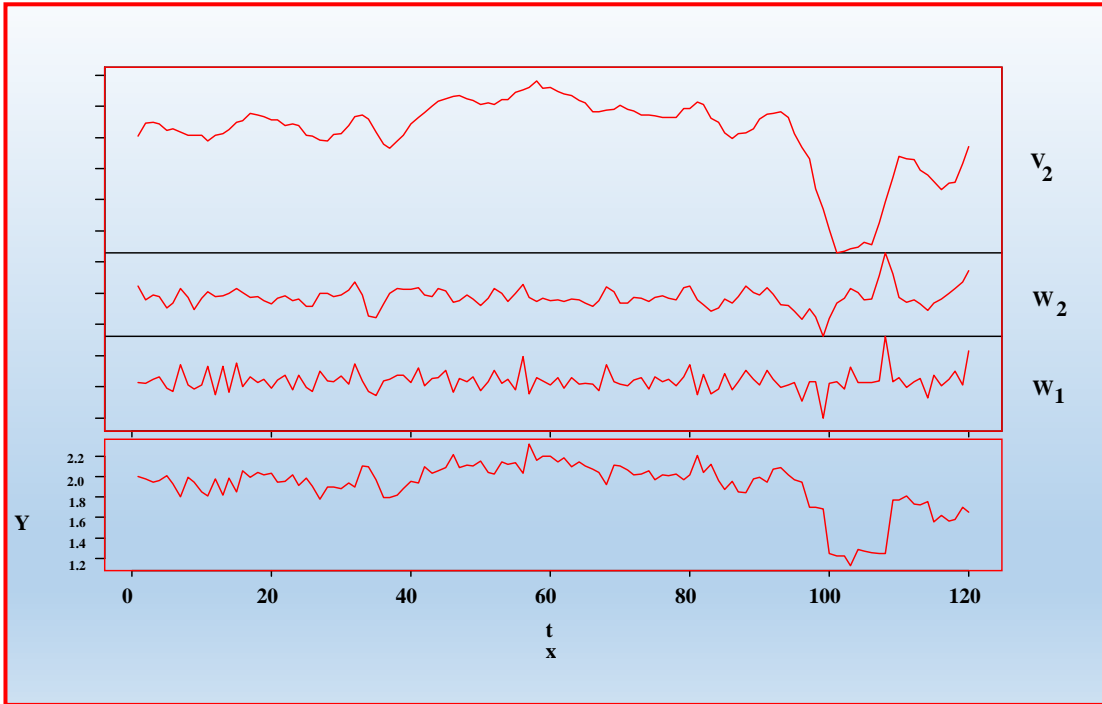
وهذا يعني أن عدد مستويات التحلل للسلسلة الزمنية لاستهلاك المياه هي مستويان ثم إتباع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: استخدام التحويل المويجي المتقطع ذات الفائص العالي MODWT باستخدام مويجة *Haar* لتحليل السلسلة الزمنية الأصلية إلى مستويين من التحلل وينتج عن هذا التحلل ثلاث سلاسل تتضمن سلسلتين تفاصيل W_1, W_2 وسلسلة تمهيد V_2 كما هي موضحة في الشكل (3.28)، والذي يتضح منه أن الصف الأول من أعلى V_2 يمثل سلسلة التمهيد (سلسلة التقريب (*Approximation*)) الذي يتشابه نمطه مع السلسلة الزمنية الأصلية، ويمثل الاتجاه في السلسلة الزمنية، وتمثل الصفين W_1 و W_2 معاملات المويجة أو سلسلة التفاصيل (*detail*)، حيث أن W_1 هو مكون التردد العالي، أما الصف الأخير فيمثل السلسلة الزمنية الأصلية.

وتحوي سلسلة التفاصيل المتحللة على مكون التردد الأعلى بين المكونات الأخرى W_1 وبالتالي يتم إهمال هذا المكون واستخدام كل من W_2, V_2 لإعادة بناء السلسلة.

شكل (3.28)

التحويل المويجي المتقطع MODWT لسلسلة استهلاك المياه



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

الخطوة الثانية: إعادة بناء السلسلة الزمنية باستخدام معكوس التحويل المويجي $Inverse MODWT$

لسلسلتين W_2, V_2 ، أي:

$$Y^* = WT^{-1}\{W_2, V_2\}$$

بعد أن يتم إعادة بناء السلسلة الزمنية باستخدام معكوس التحويل المويجي يتم تطبيق خطوات تقدير

نموذج ARIMA على السلسلة المعاد بناؤها.

حيث يتم التأكد من استقرار السلسلة الزمنية المعاد بناؤها عن طريق رسم السلسلة الزمنية ودالة

الارتباط الذاتي (ACF) ودالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) وكانت النتائج كما هي موضحة في

الشكل (3.29)، والذي نلاحظ منه أن السلسلة الزمنية المعاد بناؤها غير مستقرة، وكذا نلاحظ أن

معاملات دالتي الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي تقع خارج حدود فترة الثقة ما يوضح أن

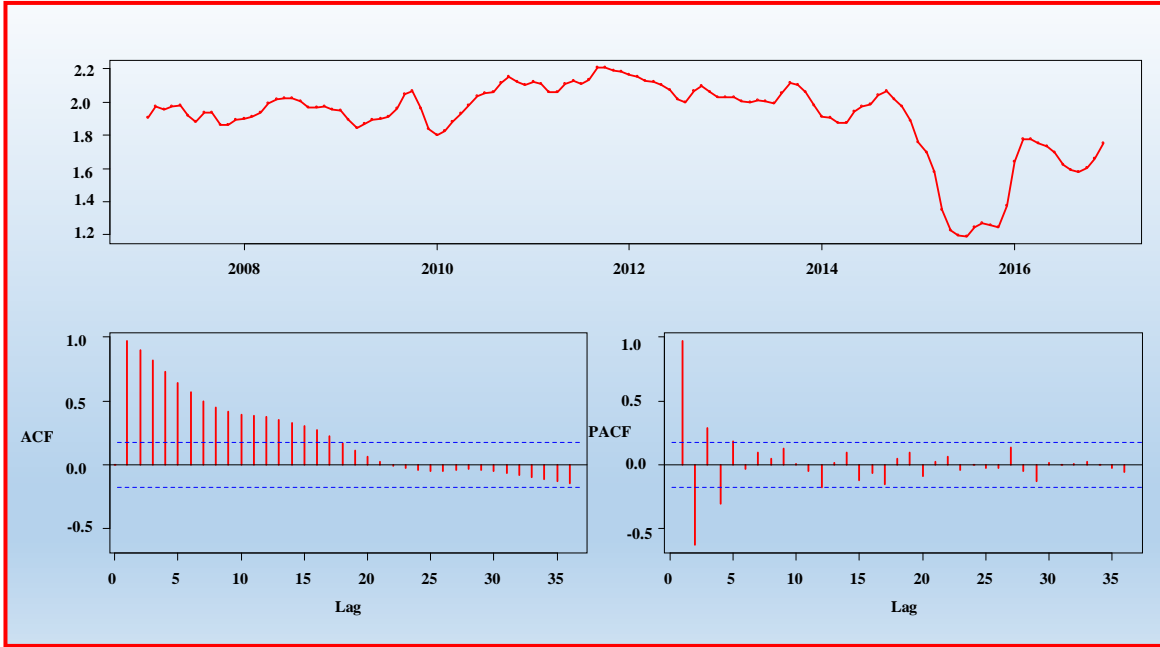
السلسلة الزمنية غير مستقرة.

وتم استخدام اختبار ديكي-فولر المطور لجذر الوحدة (ADF) وكانت النتائج كما في الجدول

(3.24)، حيث نلاحظ من اختبار ديكي-فولر المطور ADF أن السلسلة الزمنية المعاد بناؤها غير مستقرة

في حالة مع مقطع واتجاه وبدون مقطع وبدون اتجاه، ولكنها مستقرة تقريباً في حالة مع مقطع فقط، ولذا تم أخذ الفرق الأول للسلسلة وإجراء اختبار جذر الوحدة مرة أخرى كما يوضحها الجدول (3.24)، حيث نجد أن قيمة تاو (τ) المحسوبة أكبر بالقيمة المطلقة من قيمة تاو (τ) الجدولية في مختلف الحالات (مع مقطع واتجاه، مع مقطع فقط، بدون مقطع وبدون اتجاه)، وهذا يعني أن السلسلة الزمنية المعاد بناؤها مستقرة.

شكل (3.29) السلسلة المعاد بناؤها ودالتي الارتباط الذاتي (ACF) والارتباط الذاتي الجزئي (PACF)



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

جدول (3.24)

نتائج اختبار جذر الوحدة ADF للسلسلة المعاد بناؤها Y^*

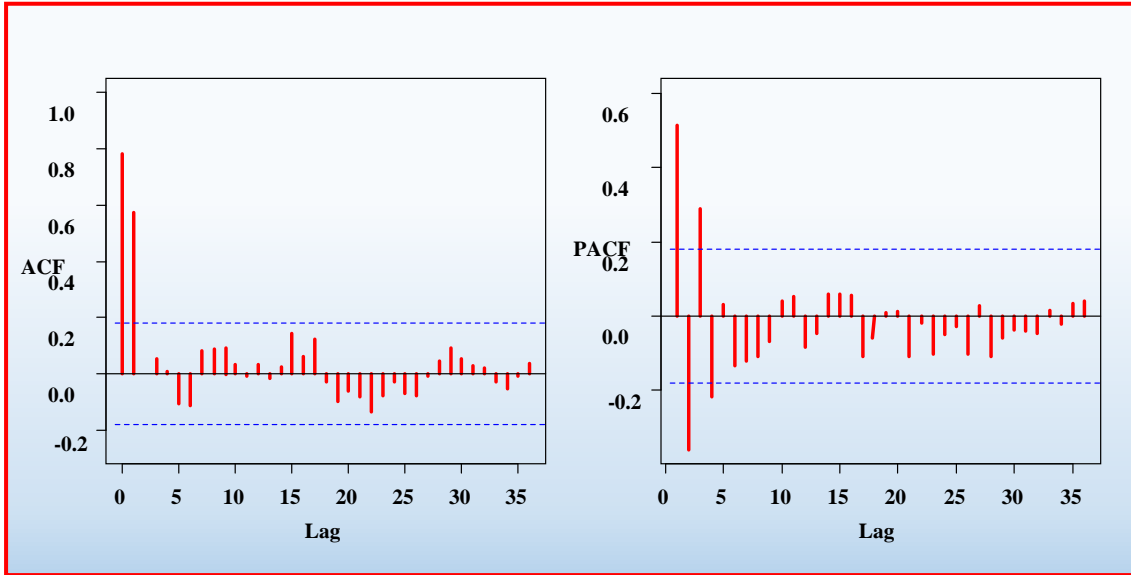
الفرق الأول			المستوى			
مستوى المعنوية p -value	القيمة الجدولية τ	القيمة المحسوبة τ	مستوى المعنوية p -value	القيمة الجدولية τ	القيمة المحسوبة τ	نوع الاختبار
0.000	-3.4483	-6.8368	0.09792	-3.4483	-3.1599	مع مقطع واتجاه
0.000	-2.8861	-6.8644	0.04938	-2.8861	-2.8956	مع مقطع
0.000	-1.9436	-6.8975	0.4602	-1.9436	-0.4811	بدون مقطع وبدون اتجاه

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

بعد استقرار السلسلة الزمنية تأتي الخطوة التالية من خطوات منهجية بوكس-جينكنز وهي تشخيص النموذج الملائم، أي تحديد رتب نماذج AR و MA وذلك من خلال دالة الارتباط الذاتي (ACF) وسلوكها ودالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) وسلوكها الموضحة في الشكل (3.30):

شكل (3.30)

دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي للسلسلة الزمنية المعاد بناؤها بعد الفرق الأول



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

من دالة الارتباط الذاتي (ACF) وسلوكها ودالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) وسلوكها والموضحة في الشكل (3.30) للسلسلة الزمنية المستقرة المتمثلة باستهلاك المياه في محافظة عدن، حيث نجد أن 95% منها تقع داخل حدود الثقة، ومعظم هذه القيم قريبة من الصفر.

ولغرض تحديد النموذج الملائم فمن خلال سلوك دالة الارتباط الذاتي يتبين أنها تنقطع بعد الإزاحة الثانية وأن دالة الارتباط الذاتي الجزئي تتناقص بشكل دالة موجات الجيب فإن النموذج الملائم، وبذلك فإن هذه السلسلة لا تشير إلى وجود نموذج انحدار ذاتي ولكنها تشير إلى وجود نموذج المتوسطات المتحركة، وبناءً عليه يكون النموذج المحدد وفق سلوك النظري للدالتين هو نموذج المتوسطات المتحركة، وفيما يخص تحديد رتبته النموذج فإن ذلك يتحقق من خلال سلوك دالة الارتباط الذاتي حيث تبين وجود قطع لهذه المعاملات بعد الإزاحة الثانية ($K=2$) مما يشير إلى أن النموذج النهائي الذي يتم تحديده هو نموذج $ARIMA(0,1,2)$.

كما أن يمكن تحديد النموذج من خلال المعاملات التي تقع خارج حدود الثقة حيث يمكن ترشيح عدد من النماذج، حيث إن معامل الارتباط الذاتي يقع خارج فترة الثقة عند الفجوة 1، 2، وكذلك معامل الارتباط الذاتي الجزئي فإنه يقع خارج حدود فترة الثقة عند الفجوة 1، والفجوة 2، والفجوة 3، والفجوة 4؛

لذا يمكننا ترشيح عدد من النماذج وهي $AR(1)$ ، $AR(2)$ ، $AR(3)$ ، $AR(4)$ كذلك $MA(1)$ ، $MA(2)$ بالإضافة إلى النماذج المختلطة ثم اختيار النموذج الأفضل وفق معياري (AIC) و (BIC) .

جدول (3.25)

اختيار أفضل نموذج للسلسلة الزمنية المعاد بناؤها Y^*

النموذج	AIC	BIC	معنوية المعالم
ARIMA (1,1,0)	-394.41	-388.85	معنوي
ARIMA (2,1,0)	-411.51	-403.18	معنوي
ARIMA (3,1,0)	-424.72	-413.6	معنوي
ARIMA (4,1,0)	-440.69	-426.8	معنوي
ARIMA (0,1,1)	-447.66	-442.1	معنوي
ARIMA (0,1,2)	-475.08	-466.74	معنوي

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

وتم تقدير معالم النموذج $ARIMA(0,1,2)$ وكانت النتائج كما هي موضحة في الجدول (3.26):

جدول (3.26)

تقدير معالم النموذج $ARIMA(0,1,2)$ المقدر بـ $Wavelet-ARIMA-1$.

المعالم	$Estimate$	$Standard Error$	$Z-Value$	$P-Value$
θ_1	1.9986	0.0608	32.849	0.000
θ_2	0.9994	0.0609	16.421	0.000

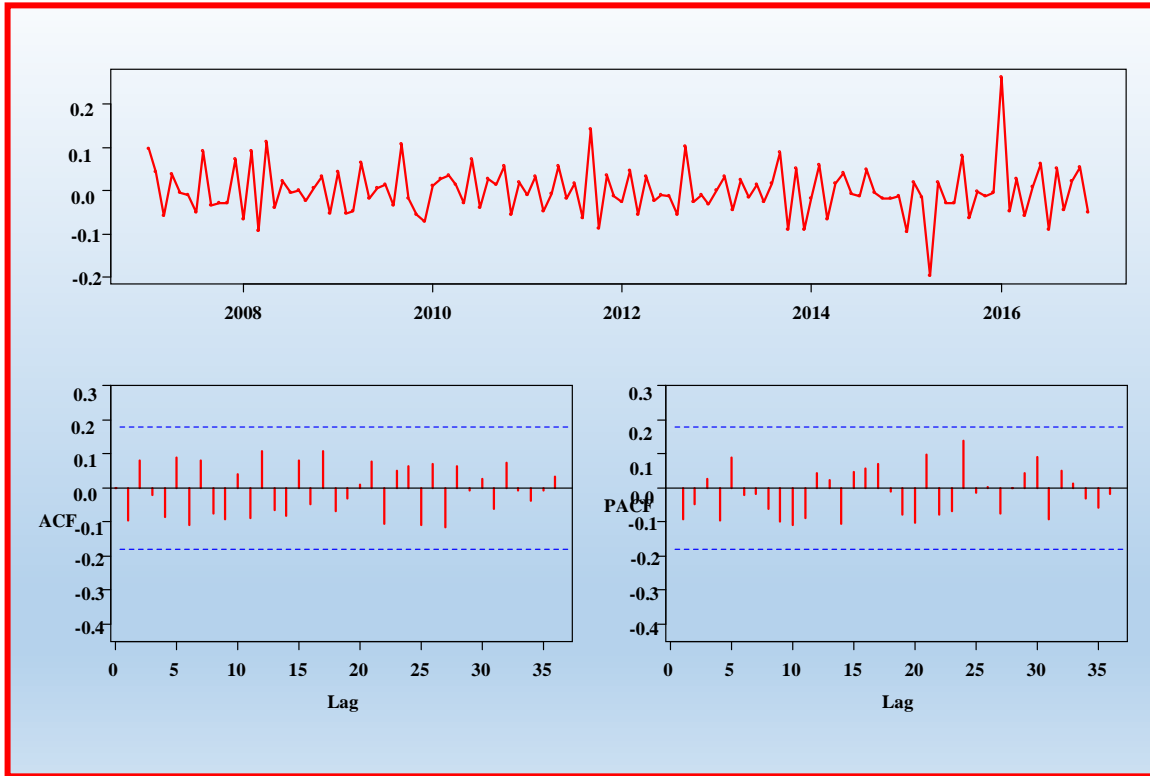
المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

الخطوة الثالثة: إجراء الفحوص التشخيصية للنموذج المقدر، حيث تم إجراء الفحوصات التشخيصية للنموذج المقدر بالطريقة الأولى $Wavelet-ARIMA-1$ عن طريق اختبار بواقي النموذج كما هي موضحة في الشكل (3.31) الذي يتضح من خلاله (3.31) الذي يوضح بواقي نموذج $Wavelet-ARIMA-1$ ودالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي للبواقي، نلاحظ أن أكثر من 95% من معاملات دالة الارتباط الذاتي ومعاملات دالة الارتباط الذاتي الجزئي تقع داخل حدود الثقة مما يدل على أن سلسلة البواقي مستقرة، أي أن النموذج المقدر جيد وملائم.

وتم إجراء اختبار *Ljung-box* على سلسلة البواقي، كما هي موضحة في الجدول (3.27) حيث أظهرت النتائج عدم وجود ارتباط ذاتي في بواقي السلسلة حيث بلغت قيمة مربع كاي $x^2 = 36.459$ عند درجات حرية $df = 35$ ، وبلغ مستوى المعنوية لها (0.269)، وهي أكبر من (0.05) وهذا يعني أن سلسلة البواقي مستقرة ومستقلة وغير مترابطة.

شكل (3.31)

Wavelet-ARIMA-1 البواقي ودالة الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي لبواقي نموذج



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

جدول (3.27)

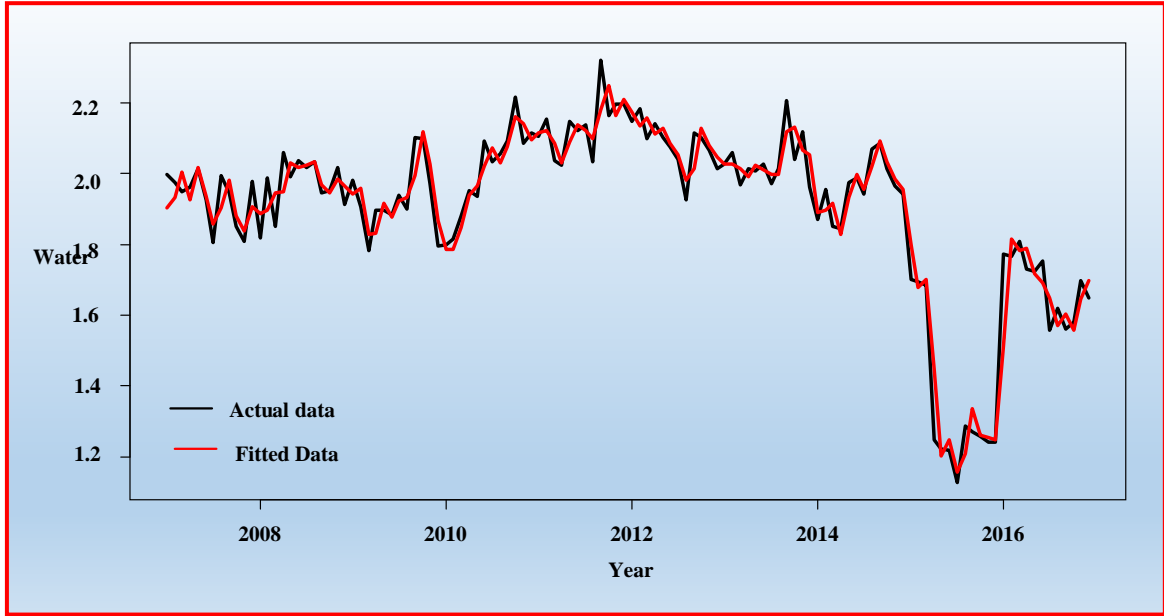
نتائج اختبار *Ljung-box* لنموذج *Wavelet-ARIMA-1*

x^2	df	$P-value$
36.459	35	0.269

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

وبناءً على ذلك تم مقارنة القيم المقدرة من نموذج $ARIMA(0,1,2)$ مع القيم الفعلية، وكانت النتائج كما يوضحها الشكل (3.32)، والذي يتضح منه أن هناك تطابق كبير جداً بين القيم المقدرة والفعلية لاستهلاك المياه في محافظة عدن.

شكل (3.32)

القيم الفعلية والقيم المقدرة لنموذج $Wavelet-ARIMA-1$ 

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

وكذا تم إيجاد معايير دقة التنبؤ للطريقة الأولى لنموذج $Wavelet-ARIMA-1$ كما هي موضحة في الجدول (3.28):

جدول (3.28)

معايير دقة التنبؤ لنموذج $Wavelet-ARIMA-1$

MAPE	MSE	MAE	MFE
1.374302	0.0014307	0.0258986	-1.59E-04

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

3.10.2 الطريقة الثانية $Wavelets-ARIMA-2$

تتضمن الطريقة الثانية لتقدير نموذج $Wavelet-ARIMA-2$ الخطوات الآتية:

الخطوة الأولى: استخدام التحويل المويجي المتقطع MODWT لتحليل السلسلة الزمنية الأصلية إلى

سلسلة تفاصيل وسلسلة تمهيد W_1, W_2, V_2 كما هي موضحة في الشكل (3.28).

الخطوة الثانية: تطبيق نموذج ARIMA على جميع السلاسل الناتجة من عملية التحويل المويجي كلاً على حده (W_1, W_2, V_2) .

في البداية تم إجراء اختبار ديكي-فولر المطور لجذر الوحدة (ADF) للسلاسل الثلاث (W_1, W_2, V_2) وكانت النتائج كما هي موضحة في الجدول (3.29)، حيث نلاحظ أن سلسلتي التفاصيل (W_1, W_2) مستقرة في الحالات الثلاث (مع مقطع واتجاه، مع مقطع فقط، بدون مقطع وبدون اتجاه) وأن قيمة تاو (τ) المحسوبة هي أكبر بالقيمة المطلقة من قيمة تاو (τ) الجدولية في مختلف الحالات (مع مقطع واتجاه، مع مقطع فقط، بدون مقطع وبدون اتجاه).
أما سلسلة التمهيد (V_2) فإنها غير مستقرة في مختلف الحالات (مع مقطع واتجاه، مع مقطع فقط، بدون مقطع وبدون اتجاه)، ولذا تم أخذ الفرق الأول للسلسلة كما هو موضح في الجدول (3.30)، حيث نلاحظ أن سلسلة التمهيد (V_2) أصبحت مستقرة بعد أخذ الفرق الأول للسلسلة الزمنية وأن قيمة تاو (τ) المحسوبة هي أكبر بالقيمة المطلقة من قيمة تاو (τ) الجدولية في مختلف الحالات (مع مقطع واتجاه، مع مقطع فقط، بدون مقطع وبدون اتجاه).

جدول (3.29)

نتائج اختبار جذر الوحدة ADF لسلاسل (W_1, W_2, V_2)

السلسلة الزمنية	نوع الاختبار	القيمة المحسوبة τ	القيمة الجدولية τ	مستوى المعنوية p -value
W_1	مع مقطع واتجاه	-7.5072	-3.4483	0.000
	مع مقطع	-7.5890	-2.8861	0.000
	بدون مقطع وبدون اتجاه	-7.5652	-1.9436	0.000
W_2	مع مقطع واتجاه	-8.7444	-3.4483	0.000
	مع مقطع	-8.7777	-2.8861	0.000
	بدون مقطع وبدون اتجاه	-8.8059	-1.9436	0.000
V_2	مع مقطع واتجاه	-2.7015	-3.4483	0.2852
	مع مقطع	-2.2809	-2.8861	0.1204
	بدون مقطع وبدون اتجاه	-0.5954	-1.9436	0.4238

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

جدول (3.30)

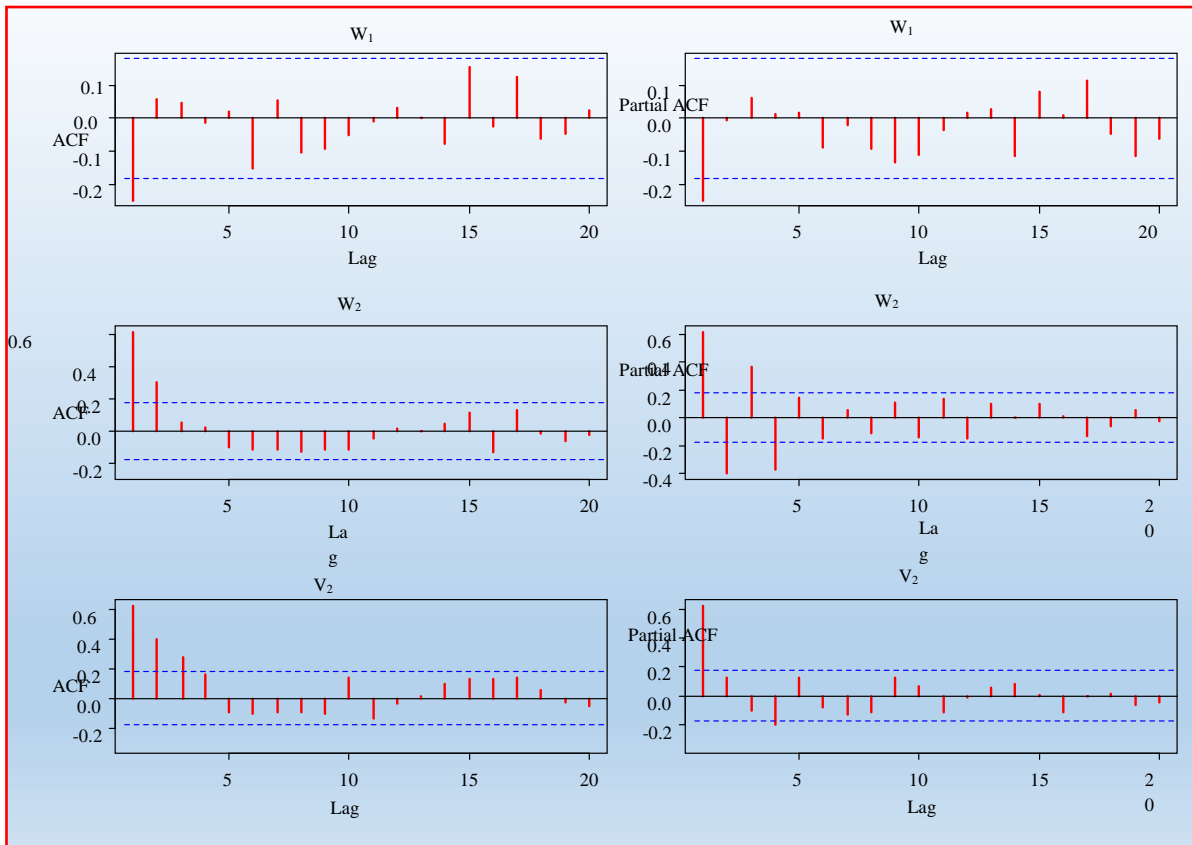
نتائج اختبار جذر الوحدة ADF للسلسلة V2 بعد أخذ الفرق الأول

مستوى المعنوية p -value	القيمة الجدولية τ	القيمة المحسوبة τ	نوع الاختبار
0.025	-3.4483	-4.1101	مع مقطع واتجاه
0.005	-2.8861	4.1545	مع مقطع
0.000	-1.9436	-4.1613	بدون مقطع وبدون اتجاه

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

الخطوة التالية من خطوات بوكس-جينكنز بعد استقرار السلسلة هي اختيار رتب النماذج لكل سلسلة على حده، واختيار أفضل نموذج لكل منها عن طريق دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي الموضحة في الشكل (3.33).

شكل (3.33)

دالة الارتباط الذاتي (ACF) والذاتي الجزئي (PACF) للسلاسل (W_1, W_2, V_2) 

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

من الشكل (3.33) يمكن ترشيح عدد من النماذج للسلاسل (W_1, W_2, V_2) ، وكانت النتائج كما

يوضحها الجدول (3.31)

جدول (3.31)

النماذج المرشحة لسلاسل (W_1, W_2, V_2)

السلسلة الزمنية	النموذج	AIC	BIC	معنوية المعالم والنموذج
W_1	ARIMA (1,0,0)	-344.5	-336.13	معنوي
W_1	ARIMA (1,0,1)	-342.5	-331.35	معنوي
W_2	ARIMA (0,0,1)	-450.26	-441.9	معنوي
W_2	ARIMA (0,0,2)	-483.34	-472.19	معنوي
V_2	ARIMA (0,1,3)	-497.81	-483.92	معنوي
V_2	ARIMA (0,1,4)	-496.1	-484.98	معنوي

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

من الجدول (3.31) نلاحظ أن أفضل نموذج للسلسلة W_1 هو ARIMA (1,0,0) وأن أفضل نموذج

للسلسلة W_2 هو ARIMA (0,0,2) وكذا السلسلة V_2 فإن النموذج ARIMA (0,1,3) هو أفضل نموذج

وذلك اعتماداً على معايير AIC , BIC.

وتم تقدير معالم هذه النماذج كما هي موضحة في الجدول (3.32):

جدول (3.32)

تقدير معالم النماذج المرشحة لسلاسل (W_1, W_2, V_2)

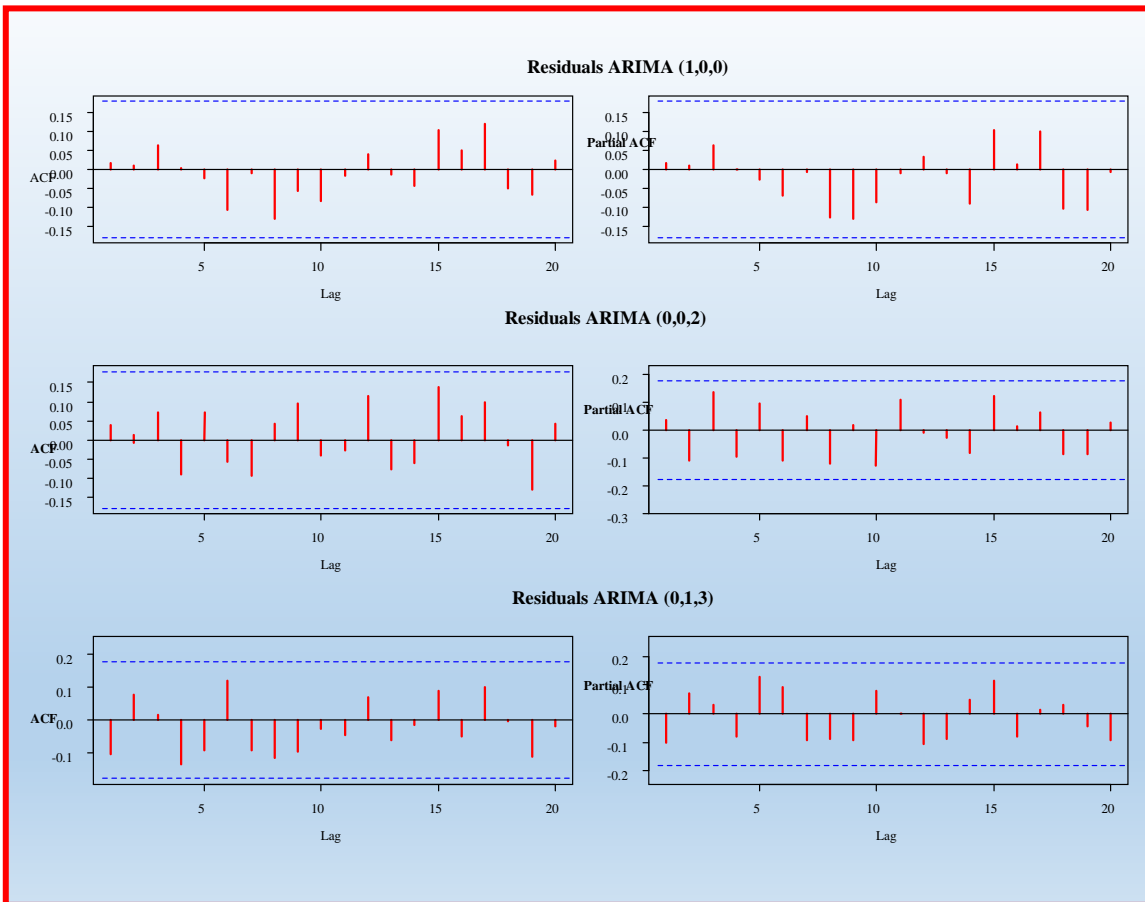
السلسلة الزمنية	النموذج	ϕ_1	θ_1	θ_2	θ_3
W_1	ARIMA (1,0,0) SE sig	-0.2649 (0.0914) (0.000)	-	-	-
W_2	ARIMA (0,0,2) SE sig	-	1.8053 (0.1320) (0.000)	0.8053 (0.1308) (0.000)	-
V_2	ARIMA (0,1,3) SE sig	-	0.8756 (0.0826) (0.000)	0.8757 (0.0697) (0.000)	0.9999 (0.0744) (0.000)

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

وتم إجراء الفحص التشخيصي للنماذج المقدرية للسلاسل الزمنية (W_1, W_2, V_2) حيث نجد أن معالم النماذج المقدرية كانت معنوية وكانت قيم مستوى المعنوية لها جميعاً أقل من (0.05). أما دالة الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي لبواقي النماذج فقد كانت كما يوضحها الشكل (3.34) الذي نلاحظ منه أن أكثر من (95%) من معاملات دالة الارتباط الذاتي تقع داخل حدود الثقة لجميع النماذج المقدرية، وهذا يعني أن سلسلة البواقي مستقرة (أي أنها سلسلة أخطاء عشوائية) ما يدل على أن النماذج المقدرية جيدة وملائمة.

شكل (3.34)

دالة الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي لبواقي النماذج المقدرية لسلاسل (W_1, W_2, V_2)



المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

وتم إجراء اختبار *Ljung-box* على سلسلة البواقي، كما هي موضحة في الجدول (3.33) حيث أظهرت النتائج عدم وجود ارتباط ذاتي في بواقي السلسلة حيث بلغ مستوى المعنوية لبواقي النماذج المقدرية (0.3503) (0.8694) (0.3029) عند درجات حرية 35 للنماذج الثلاثة على التوالي، وهي أكبر من (0.05) وهذا يعني أن سلسلة البواقي مستقرة ومستقلة وغير مترابطة.

جدول (3.33)

نتائج اختبار *Ljung-box* للنماذج المقدرة لسلاسل (W_1, W_2, V_2)

χ^2	df	$P-value$
38.663	35	0.3503
26.727	35	0.8694
39.845	35	0.3029

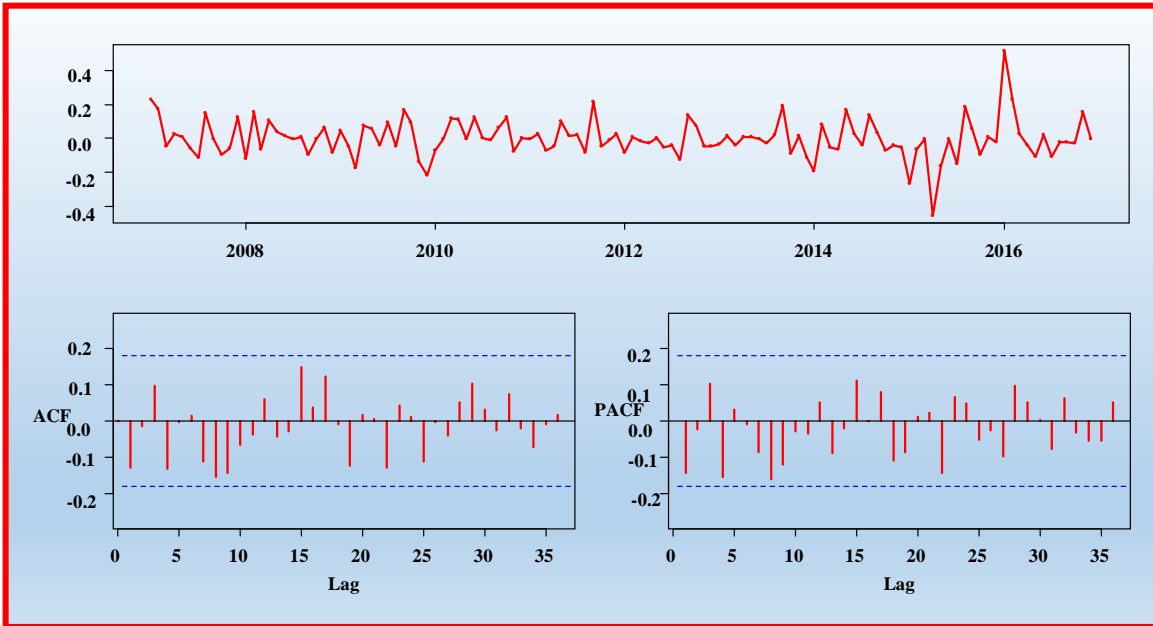
المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

الخطوة الثالثة: إعادة بناء السلسلة عن طريق استخدام معكوس الموجة *Inverse MODWT* وذلك باستخدام القيم التنبؤية الناتجة من تقدير النماذج للسلاسل (W_1, W_2, V_2) أي:

$$Y^* = WT^{-1}\{\hat{W}_1, \hat{W}_2, \hat{V}_2\}$$

بعد إعادة بناء السلسلة الزمنية عن طريق استخدام معكوس التحويل المويجي المتقطع، ينتج لنا سلسلة زمنية تحوي القيم التنبؤية وهذه القيم هي التي سيتم مقارنتها بالسلسلة الأصلية، حيث سيتم استخراج البواقي للفرق بين القيم الفعلية للسلسلة الزمنية الأصلية والقيم المقدرة باستخدام الطريقة الثانية للتحويل المويجي *Wavelet-ARIMA-2*، وتم رسم البواقي ودالة الارتباط الذاتي ودالة الذاتي الجزئي لبواقي النموذج *Wavelet-ARIMA-2* وكانت كما هي موضحة في الشكل (3.35):

شكل (3.35)

البواقي ودالة الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي للنموذج *Wavelet-ARIMA-2*

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

من الشكل (3.35) نلاحظ أن أكثر من (95%) من معاملات دالة الارتباط الذاتي تقع داخل حدود الثقة مما يعني أن سلسلة البواقي مستقرة (أي أنها سلسلة أخطاء عشوائية) وهذا يدل على أن النموذج المقدر جيد وملئم.

وتم إجراء اختبار *Ljung-box* على سلسلة البواقي، كما هي موضحة في الجدول (3.34)، حيث أظهرت النتائج عدم وجود ارتباط ذاتي في بواقي السلسلة حيث بلغت قيمة مربع كاي $x^2 = 31.229$ عند درجات حرية $df = 35$ وبلغ مستوى المعنوية لها (0.6949)، وهي أكبر من (0.05) وهذا يعني أن سلسلة البواقي مستقرة ومستقلة وغير مترابطة.

جدول (3.34)

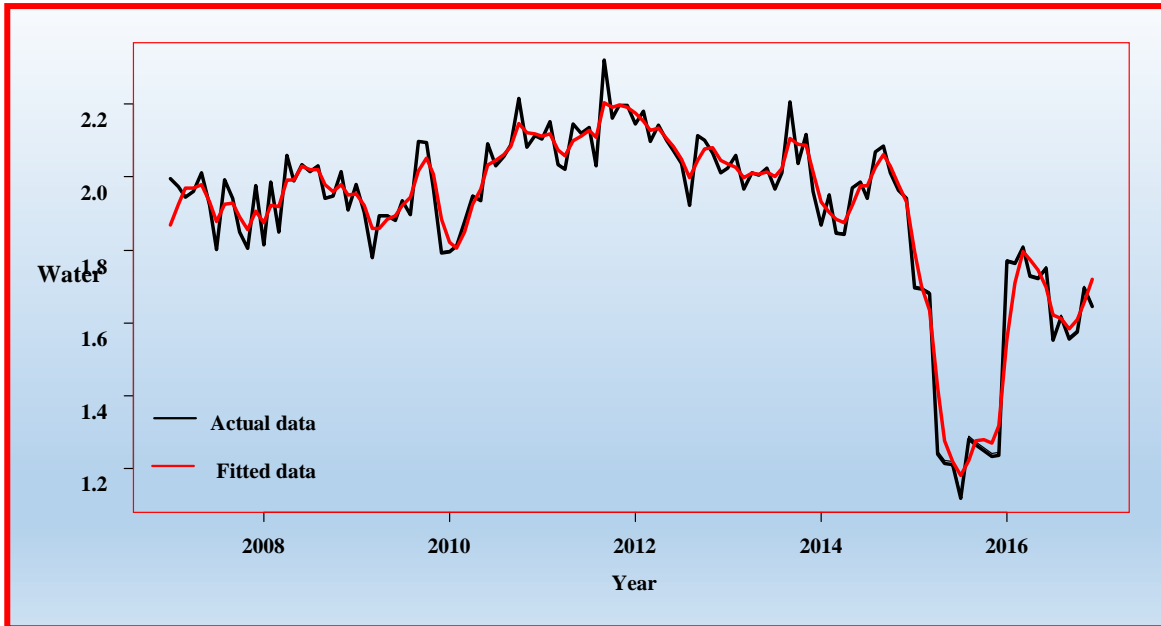
نتائج اختبار *Ljung-box* لنموذج *Wavelet-ARIMA-2*

x^2	df	P -value
31.229	35	0.6949

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

وبعد ذلك تم المقارنة بين القيم الفعلية للسلسلة الزمنية والقيم المقدرة باستخدام الطريقة الثانية للتحويل المويجي *Wavelet-ARIMA-2* كما هي موضحة في الشكل (3.36):

شكل (3.36)

القيم الفعلية والقيم المقدرة لنموذج *Wavelet-ARIMA-2*

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

نلاحظ من الشكل (3.36) أن هناك تقارب إلى حد كبير بين القيم المقدرة باستخدام الطريقة الثانية $Wavelet-ARIMA-2$ والقيم الأصلية للسلسلة، لذلك نستنتج بأن النموذج المقدر هو نموذج كفو وملاءم في التنبؤ باستهلاك المياه في محافظة عدن.

وتم حساب معايير دقة التنبؤ لنموذج $Wavelet-ARIMA-2$ باستخدام الطريقة الثانية كما هي موضحة في الجدول (3.35):

جدول (3.35)

معايير دقة التنبؤ لنموذج $Wavelet-ARIMA-2$

<i>MAPE</i>	<i>MSE</i>	<i>MAE</i>	<i>MFE</i>
1.747597	0.0018452	0.03202451	2E-0440-2.

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

وعند مقارنة معايير دقة التنبؤ للنماذج المقدر باستخدام طريقتي التحويل المويجي $Wavelet-ARIMA-1$ و $Wavelet-ARIMA-2$ ، كانت النتائج كما هي مبينه في الجدول (3.36):

جدول (3.36)

معايير دقة التنبؤ للمفاضلة بين $Wavelet-ARIMA-1$ و $Wavelet-ARIMA-2$

النموذج المقدر		معايير دقة التنبؤ
نموذج $Wavelet-ARIMA-2$	نموذج $Wavelet-ARIMA-1$	
2E-0440-2.	-1.586E-04	MFE
0.03202451	0.0258986	MAE
0.0018452	0.0014307	MSE
1.747597	1.374302	MAPE

المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

يتضح من الجدول (3.36) الذي يوضح معايير دقة التنبؤ للمفاضلة بين النموذج المقدر باستخدام الطريقتين الهجينتين $Wavelet-ARIMA-1$ و $Wavelet-ARIMA-2$ ، أن هناك تقارب في معايير دقة التنبؤ المستخدمة $MFE, MAE, MAPE, MSE$ في كلا الطريقتين، ولكن يمكن تفضيل الطريقة الهجينتين $Wavelet-ARIMA-1$ بحصوله على أقل القيم اعتماداً على معايير دقة التنبؤ للمفاضلة بين النماذج المختلفة.

3.11 المقارنة بين مرشح كالمن والتحويل المويجي:

في هذا الجزء سيتم المقارنة بين نموذج $ARIMA(1,1,0)$ الذي تم تطبيق مرشح كالمن عليه والطرق الهجينة $Wavelet-ARIMA-1$ و $Wavelet-ARIMA-2$ ، وفقاً لمعايير دقة التنبؤ MAE, MSE, MAPE, MFE، حيث أن أقل قيمة لهذه المعايير تعني الأفضلية للنموذج، وكانت أهم النتائج كما هي موضحة في الجدول (3.37):

جدول (3.37)

معايير دقة التنبؤ للمقارنة بين مرشح كالمن والتحويل المويجي

النموذج	MFE	MAE	MSE	MAPE
مرشح كالمن	-2.804E-03	0.0364107	0.0023092	2.036636
<i>Wavelet-ARIMA-1</i>	-1.586E-04	0.0258986	0.0014307	1.374302
<i>Wavelet-ARIMA-2</i>	-2.402E-04	0.0320245	0.0018452	1.747597

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

من الجدول (3.37) الذي يبين النماذج المقدر بالخاصة بالنموذج المقدر $ARIMA(1,1,0)$ الذي تم تطبيق مرشح كالمن عليه والطريقة الهجينة الأولى $Wavelet-ARIMA-1$ والطريقة الهجينة الثانية $Wavelet-ARIMA-2$ وباستخدام معايير المقارنة المتمثلة بمتوسط خطأ التنبؤ (MFE)، ومتوسط الخطأ المطلق (MAE)، ومتوسط مربعات الخطأ (MSE)، ومتوسط الأخطاء النسبية المطلقة (MAPE)، نلاحظ أن هناك تقارب في معايير دقة التنبؤ للنماذج المقدر، وهذا دليل على كفاءة هذه النماذج في التنبؤ، ونجد أن الطريقتين الهجينة الأولى $Wavelet-ARIMA-1$ والطريقة الهجينة الثانية $Wavelet-ARIMA-2$ كانتا أفضل من نموذج $ARIMA(1,1,0)$ كالمن اعتماداً على معايير دقة التنبؤ.

وعند المقارنة بين الطرق الهجينة تبين أن الطريقة الهجينة الأولى $Wavelet-ARIMA-1$ كانت أفضل من الطريقة الهجينة الثانية $Wavelet-ARIMA-2$ اعتماداً على معايير دقة التنبؤ، حيث حصل على أقل قيمة لمعيار متوسط خطأ التنبؤ (MFE) وتساوي (-1.586E-04)، ومعيار متوسط الخطأ المطلق (MAE) وتساوي (0.0258986)، ومعيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) وتساوي (0.0014307)، ومعيار متوسط الأخطاء النسبية المطلقة (MAPE) وتساوي (1.374302)، وبالتالي يمكن القول أن الطريقة الهجينة الأولى $Wavelet-ARIMA-1$ ذات دقة وكفاءة عالية حيث كانت قيم معايير المقارنة أقل من النماذج الأخرى.

ولذلك سيتم استخدام الطريقة الهجينة الأولى *Wavelet- ARIMA-I* في التنبؤ باستهلاك المياه للفترة من يناير 2017 إلى ديسمبر 2019، وكانت النتائج كما هي موضحة في الجدول (3.38)

جدول (3.38)

القيم المتنبأ بها لاستهلاك المياه للفترة يناير 2017 – ديسمبر 2019 باستخدام *Wavelet- ARIMA-I*

الفترة	القيم المتنبأ بها	الفترة	القيم المتنبأ بها	الفترة	القيم المتنبأ بها
JAN 2017	1.655671	JAN 2018	1.693225	JAN 2019	1.693051
FEB 2017	1.665721	FEB 2018	1.693407	FEB 2019	1.694082
MAR 2017	1.666232	MAR 2018	1.693804	MAR 2019	1.695108
APR 2017	1.665674	APR 2018	1.694056	APR 2019	1.695129
MAY 2017	1.669259	MAY 2018	1.693264	MAY 2019	1.696145
JUN 2017	1.672161	JUN 2018	1.696582	JUN 2019	1.696159
JUL 2017	1.684486	JUL 2018	1.699613	JUL 2017	1.69617
AUG 2017	1.686355	AUG 2018	1.697536	AUG 2019	1.697178
SEP 2017	1.687883	SEP 2018	1.694238	SEP 2019	1.697185
OCT 2017	1.689127	OCT 2018	1.690382	OCT 2019	1.698191
NOV 2017	1.699402	NOV 2018	1.696395	NOV 2019	1.698196
DEC 2017	1.693890	DEC 2018	1.691104	DEC 2019	1.698199

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج R

الفصل الرابع

الاستنتاجات والتوصيات

الاستنتاجات والتوصيات

من خلال الاستعراض النظري والتطبيق العملي، تم التوصل إلى مجموعة من الاستنتاجات والتوصيات على النحو المبين أدناه:

أولاً: الاستنتاجات:

1. هناك انخفاض كبير في نصيب الفرد من المياه حيث تناقص من (99) لتر/ يوم في عام 2007م إلى (75) لتر/ يوم في عام 2014 وبنسبة انخفاض (32%)، وتواصل هذا الانخفاض إلى أن وصل (60) لتر/ يوم في عام 2016 مقارنة بنصيب الفرد في عام 1994م وبنسبة انخفاض بلغت (60%).
2. إن الشرائح المنزلية هي الأكثر استهلاكاً للمياه في محافظة عدن، تليها شريحة الاستهلاك الحكومي ثم الشريحة التجارية وشريحة المصانع، ولكن هناك هدراً كبيراً في المياه، حيث تتراوح نسبة الفاقد من كمية المياه المنتجة بين (27% - 37%)، وهذا يعود إلى تقادم وتدهور كفاءة شبكة توصيلات المياه بين حقول الإنتاج والمستهلكين في المحافظة.
3. أن السلسلة الزمنية لاستهلاك المياه غير مستقرة، وقد بين الرسم البياني والاختبارات الإحصائية للسلسلة الزمنية أن سبب عدم الاستقرارية احتواء السلسلة على تغيرات عشوائية.
4. تم ترشيح عدد من نماذج ARIMA، وبعد إجراء المفاضلة بينها تبين أن أفضل نموذج هو ARIMA(1,1,0) لامتلاكه أقل قيمة لمعباري (AIC , BIC).
5. نلاحظ نظرياً عدم وجود فرق بين تمثيل نماذج ARIMA باستخدام فضاء الحالة ونماذج ARIMA النظامية، حيث يحوي كل من النموذجين على نفس المعالم، ولكن ما يميز تمثيل هذه النماذج في شكل فضاء الحالة هو استخدام مرشح كالمن في التنبؤ والتحديث، ما يؤدي إلى تقديرات تتصف بجعل متوسط مربع الخطأ MSE أقل ما يمكن، واتضح ذلك جلياً عند استخدام مرشح كالمن، حيث كان نموذج ARIMA(1,1,0) الذي تم تقديره بواسطة مرشح كالمن أكثر دقة وكفاءة من نموذج ARIMA(1,1,0) النظامي.
6. بعد إجراء الاختبارات على السلسلة الزمنية للتأكد من الاتجاه العام والموسمية، تم التوصل إلى أن الطريقة المثلى من طرائق التمهيد الآسي هي طريقة التمهيد الآسي البسيط؛ لأنها تتناسب مع البيانات التي لا يكون فيها اتجاه أو موسمية.
7. عند التنبؤ باستخدام طرائق التمهيد الآسي النظامية يتم اختيار الطريقة الأفضل عن طريق مقاييس دقة التنبؤ، وهنا تكمن المشكلة حيث إن التنبؤات تتطابق وذلك في النماذج المضافة والمضاعفة، ولا تستطيع هذه المعايير تحديد الطريقة الأفضل بناءً على الأخطاء، لذلك يتم الاستعاضة بدلاً عنها

- بطرائق فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS، والتي تتميز بإمكانية حساب الاحتمالات وفترات التنبؤ ومعايير اختيار أفضل نموذج BIC, AIC.
8. إن طريقة فضاء الحالة للتمهيد الآسي البسيط ETS(A,N,N) أفضل من طريقة التمهيد الآسي البسيط ES(N, N) بصورتها النظامية حيث كانت طريقة فضاء الحالة أكثر دقة وفقاً للمعايير المستخدمة في التنبؤ.
9. من خلال المقارنة بين نموذج ARIMA(1,1,0) بعد تمثيلة باستخدام فضاء الحالة وطريقة التمهيد الآسي البسيط ETS(A,N,N)، وجد أنها تعطي نتائج مقاربة باستخدام معايير المفاضلة MAE, MSE, MAPE, MFE، إلا أنه تم اعتماد نموذج ARIMA(1,1,0)؛ لأنه أكثر دقة وفقاً للمعايير المستخدمة في التنبؤ.
10. إن تمثيل نماذج ARIMA باستخدام فضاء الحالة وتقديرها باستخدام مرشح كالمن يجعل مجموع مربعات الأخطاء MSE أقل ما يمكن، ما يشير إلى أن تمثيل تلك النماذج باستخدام فضاء الحالة أكثر دقة من استخدام نماذج ARIMA بصورتها النظامية.
11. عند المقارنة بين طريقة فضاء الحالة للتمهيد الآسي البسيط ETS(A,N,N) ومرشح كالمن نلاحظ أن هناك صفات مشتركة بين الطريقتين من حيث القيم الابتدائية واحتواء كل منهما على معادلات للتنبؤ ومعادلات للتحديث، ويُعد مرشح كالمن نسخه محسنة من التمهيد الآسي البسيط ETS(A,N,N)، ولكنه يعتبر أكثر قوة بسبب الطريقة التعاقبية التي تجعل من متوسط مربعات الخطأ أقل ما يمكن.
12. تبين أن نموذج ARIMA (1,1,0) والذي تم صياغته بأسلوب فضاء الحالة وجرت عليه عملية الترشيح كان ملائماً لوصف البيانات، إذ استقر تباين متجه الحالة في معادلات التنبؤ عند التحديث التاسع وبلغ (1.045733) كما استقرت ربحية كالمن في التحديث الثاني عشر، وكانت قيمته (0.2006469) وهذا مؤشر على أن عملية الترشيح تسير بصورة كفؤة وأن النموذج ملائم لوصف البيانات.
13. عند استخدام معادلات تحديث القياسات نلاحظ أن هناك تحسناً كبيراً في تباين متجه الحالة حيث استقر عند التحديث التاسع لتصل قيمته إلى (0.64838) واستمر بالاستقرار وصولاً إلى آخر مشاهدة.
14. إن الاستنتاج الرئيسي من الدراسات السابقة التي تمت مراجعتها والتي تناولت استخدام الترشيحات في عملية التنبؤ، هو أن استخدام المرشحات يعطي تحسناً واضحاً في نتائج التنبؤ ويقلل من الأخطاء، وهذا ما كان واضحاً بشكل كبير، حيث إن استخدام مرشح كالمن والتحويل المويجي أدى إلى تحسن واضح في عملية التنبؤ؛ حيث إن معايير المفاضلة بين النماذج كانت أكثر دقة وكفاءة.

15. عند استخدام التحويل المويجي المتقطع ذات الفائض العالي $MODWT$ تم استخدام طريقتين مختلفتين من الطرق الهجينة $Wavelet-ARIMA$ ، كلاهما تعتمدان على معكوس التحويل المويجي المتقطع $IMODWT$ ، ووجد أن استخدام التحويل المويجي $MODWT$ مع نماذج $ARIMA$ أدى إلى تحسن كبير في دقة التنبؤ، وعند المقارنة بين الطريقتين الهجينة وجد أن الطريقة الأولى $Wavelet-ARIMA-1$ كانت أكثر كفاءة من الطريقة الهجينة الثانية $Wavelet-ARIMA-2$.

16. عند المقارنة بين نموذج $ARIMA(1,1,0)$ الذي تم تطبيق مرشح كالمن عليه والنماذج المقدره من التحويل المويجي $Wavelet-ARIMA-1$ و $Wavelet-ARIMA-2$ تبين أن هذه الطرق تعطي نتائج متقاربة، إلا أن النموذج المقدر باستخدام طريقة $Wavelet-ARIMA-1$ كان أفضل من نموذج $ARIMA(1,1,0)$ الذي تم تطبيق مرشح كالمن، لذلك تم استخدام النموذج المقدر من طريقة $Wavelet-ARIMA-1$ في التنبؤ باستهلاك المياه في محافظة عدن للفترة 2017-2019م.

ثانياً: التوصيات:

بناءً على الاستنتاجات التي توصلت إليها الدراسة نورد التوصيات الآتية:

1. الاهتمام بشبكة توصيلات المياه بين حقول الإنتاج والمستهلكين لتقليل نسبة الفاقد من المياه والتي تزيد عن ربع كمية المياه المنتجة للمحافظة.
2. اعتماد نموذج $ARIMA(0,1,2)$ المقدر باستخدام طريقة $Wavelet-ARIMA-1$ في التنبؤ باستهلاك المياه في محافظة عدن، مع الأخذ في الاعتبار أن هناك مشكلة حقيقية تواجه محافظة عدن خلال السنوات القادمة وهي انخفاض الإنتاج الذي يؤدي بدوره إلى انخفاض نصيب الفرد من المياه وبالتالي انخفاض كمية المياه المستهلكة.
3. استخدام نماذج فضاء الحالة بكل أنواعها وأصنافها في تحليل الظواهر في كافة المجالات العلمية التي ليس لها نظام فضاء حالة؛ لما تمتلكه من قابلية التوصل إلى نتائج دقيقة وسريعة في التنبؤ.
4. تحث الدراسة على تطبيق مرشح كالمن وطرق التحويل المويجي المختلفة في التنبؤ بالظواهر الاجتماعية والاقتصادية التي تكون على شكل سلاسل زمنية لما لهما من أثر واضح في تحسين التنبؤات والتقليل من الأخطاء.
5. استخدام طرائق فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS بدلاً عن طرائق التمهيد الآسي النظامية حيث تتميز بإمكانية حساب الاحتمالات وفترات التنبؤ ومعايير اختيار أفضل نموذج AIC, BIC .
6. الاستفادة من العلاقة بين نماذج ARIMA ونماذج فضاء الحالة للتمهيد الآسي ETS لأنها تقدم منهجية بديلة لنماذج ARIMA.
7. حث طلبة الدراسات العليا للاهتمام وإجراء مزيد من البحث حول النماذج الهجينة التي تستخدم فيها التحويلات المويجية مع طرق السلاسل الزمنية لما لها من أثر واضح في تحسين التنبؤات، وتقليل من الأخطاء.
8. القيام بالمزيد من الدراسات حول مرشحات كالمن المختلفة، مثل: مرشح كالمن الموسع *Extended K.F* ومرشح كالمن المضاف *Adaptive K.F*.
9. تعميم هذه الدراسة على دراسات مماثلة على مستوى المحافظات اليمنية واستخدام مرشح كالمن والنماذج الهجينة التي تعتمد على التحويل المويجي وإجراء المقارنات بينها.

المصادر والمراجع

قائمة المصادر والمراجع

أولاً: المراجع باللغة العربية:

☒ الكتب:

- [1] شعراوي، سمير مصطفى، (2005)، مقدمة في التحليل الحديث للسلاسل الزمنية، مركز النشر العلمي، جدة، السعودية.
- [2] شيخي، محمد، (2011)، طرق الاقتصاد القياسي: محاضرات وتطبيقات، الطبعة الأولى، دار الحامد للنشر والتوزيع، عمان، الأردن.
- [3] عامر، غزال عبد العزيز، (2018)، الاقصاد القياسي وتحليل السلاسل الزمنية: النظرية - الطرق - التطبيقات، مطابع الشرطة للطباعة والنشر والتوزيع، القاهرة، مصر.
- [4] عربي، خلف الله أحمد، (2005)، اقتصاد قياسي متقدم، جامعة بخت الرضا، السودان
- [5] عطية، عبد القادر، (2000) الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق، الدار الجامعية، الإسكندرية، مصر.
- [6] عكاشة، محمود خالد، (2002)، استخدام نظام SPSS في تحليل البيانات الإحصائية، جامعة الأزهر، غزة.
- [7] عناني، محمد عبد السميع، (2009)، التحليل القياسي والإحصائي للعلاقات الاقتصادية: مدخل حديث باستخدام Windows SPSS، الدار الجامعية، الإسكندرية، مصر.
- [8] فنديل، عبد الفتاح محمد أحمد، (2013)، أساليب وفنون التنبؤ بين النظرية والتطبيق، مكتبة هشام عبد الله الديب، بنها، مصر.

☒ الكتب المترجمة

- [9] فاندل، والتر، (1992)، السلاسل الزمنية من الواجهة التطبيقية ونماذج بوكس-جينكنز، ترجمة عبد المرضي حامد عزام، مراجعة أحمد حسين هارون، دار المريخ، المملكة العربية السعودية.

☒ الرسائل العلمية

- [10] البياع، مهدي محمد، (2008)، استخدام أساليب التمهيد المويجية في تشخيص بعض نماذج السلاسل الزمنية اللاخطية باستخدام المحاكاة، أطروحة دكتوراه غير منشورة، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد، العراق.
- [11] الدليمي، صبا شكيب، (2005) تمثيل نموذج ARMA باستخدام فضاء الحالة، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية علوم الحاسبات والرياضيات، جامعة الموصل، العراق.

- [12] الدليمي، مالك علام، (2018)، قياس وتحليل محددات الطلب على النقود في الاقتصاد العراقي للمدة (1985-2015)، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة الفلوجة، العراق.
- [13] الزبيدي، طه حسين علي، (2009)، استخدام مرشح الموجة الصغيرة المتقطعة في تحليل السلسلة الزمنية AR(1) ومقارنته مع مرشحات أخرى، أطروحة دكتوراه غير منشورة، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد، العراق.
- [14] الشريف، نبيلة عبد الهادي، (2010)، مقارنة طرائق الموجة المتقطعة لتقدير نموذج الانحدار اللامعلمي في حالة عدم تجانس التباين، أطروحة دكتوراه غير منشورة، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد، العراق.
- [15] الفهداوي، أحمد نجم، (2018)، تطبيق خوارزمية ميل التردد العالي في التعرف على البصمة الصوتية، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة النيلين، السودان.
- [16] المخلافي، فؤاد عبده إسماعيل، (2003)، طرائق تشخيص نماذج السلاسل الزمنية المختلطة في الرتب الدنيا، أطروحة دكتوراه غير منشورة، كلية الإدارة والاقتصاد، الجامعة المستنصرية، العراق.
- [17] بيطار، عمر مروان (2017)، دراسة طرائق التنبؤ باستخدام المتسلسلات الزمنية الموسمية، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية العلوم، جامعة حلب، سوريا.
- [18] سعيد، إبراهيم عبده سيف، (2014)، إدارة تموينات المياه في مدينة عدن-اليمن، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية الآداب، جامعة عدن، الجمهورية اليمنية.
- [19] عوض الله، خلود جمال، (2016)، استخدام نماذج SARIMA و Holt-Winters في التنبؤ بالسلاسل الزمنية الموسمية، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية الاقتصاد والعلوم الادارية، جامعة الأزهر، غزة، فلسطين.
- [20] كرات، مجدي على ابراهيم، (2009)، التحليل البايزي لنماذج فراغ الحالة، أطروحة دكتوراه غير منشورة، كلية التجارة، جامعة المنصورة، مصر.
- [21] لوسي، هدى عدنان، (2008)، تمثيل فضاء الحالة لنماذج السلاسل الزمنية التركيبية ونماذج بوكس-جينكنز مع تطبيق في سوق العراق للأوراق المالية، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية الإدارة والاقتصاد، الجامعة المستنصرية، العراق.
- [22] محمود، أسيل سمير، (2005)، مقارنة بين طرائق تحليل وتنبؤ السلاسل الزمنية وتطبيقها على مبيعات الشركة العامة لتوزيع كهرباء بغداد، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد، العراق.

[23] موسى، انس إيدن، (2010)، بناء ودراسة بعض نماذج فضاء الحالة لتردد موجات الدماغ لتحديد أسباب الإصابة بالصرع، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية الإدارة والاقتصاد، الجامعة المستنصرية، العراق.

✗ الأبحاث العلمية:

[24] أحمد، قادري عبدالباقي (2005)، مسألة تموينات المياه لمدينة عدن-اليمن، مجلة الجمعية الجغرافية، العدد (3)، الجمهورية اليمنية.

[25] الارياي، قيس، (2017)، ربيع اليمن وتحديات التنمية، منشور في السياسات التنموية وتحديات الثورة في الأقطار العربية، المركز العربي للأبحاث ودراسة السياسات، قطر.

[26] البياتي، عصام حسين والمخلافي، فؤاد عبده اسماعيل، (2007)، استخدام أسلوب بوكس-جينكز للتنبؤ بإنتاجية العمل في مصنع اسمنت عمران في القطاع الصناعي اليمني، مجلة الادارة والاقتصاد، العدد 63، العراق.

[27] الحناوي، هيام وعبد المجيد، هيلاء، (2009)، مقارنة التنبؤ باستخدام النماذج الديناميكية ونماذج فضاء الحالة مع التطبيق، المجلة العراقية للعلوم الإحصائية، مجلد 9، العدد 15، العراق.

[28] الطائي، فاضل عباس، (2010)، التنبؤ والتمهيد للسلاسل الزمنية باستخدام التحويلات مع التطبيق، المجلة العراقية للعلوم الإحصائية، المجلد 10 العدد 17 جامعة الموصل، العراق.

[29] النقاش، افتخار وموسى، أنس، (2011)، بناء ودراسة بعض نماذج فضاء الحالة لتردد موجات الدماغ لتحديد أسباب الإصابة بالصرع، المجلة العراقية للعلوم الإحصائية، المجلد 11، العدد 20، العراق.

[30] حميدان، عدنان عباس والجراد، خلف مطر (2006)، الأمن المائي العربي ومسألة المياه في الوطن العربي: دراسة اقتصادية إحصائية سكانية وسياسية لواقع تطور مسألة المياه وآفاقها في الوطن العربي وانعكاساتها على الأمن المائي العربي، مجلة جامعة دمشق للعلوم الاقتصادية والقانونية، المجلد 22 العدد الثاني، سوريا.

[31] ذنون، باسل يونس والبدراني، ظافر رمضان (2003)، تمثيل فضاء الحالة لنظم السيطرة الديناميكية، المجلة العراقية للعلوم الإحصائية، المجلد 5، العراق.

[32] سعيد، هيفاء وبوتاني، دلشاد والسنجاري، عدنان (2017)، تكوين لوحة سيطرة باستخدام نموذج فضاء الحالة لبيانات ذات توزيع T متعدد المتغيرات، مجلة تكريت للعلوم الصرفة، المجلد 32، العدد 3، العراق.

- [33] شباط، عبد الباسط ودياب، ياسر واللحام، أديب، (2016)، نمذجة ديناميكية لسموك مدخرات الرصاص حمض المستخدمة في النظم الكهروضوئية باستخدام مرشح كالمان، مجلة جامعة البعث، المجلد 38، العدد، 26، سوريا.
- [34] طعمه، سعدية عبد الكريم، (2012)، استخدام السلاسل الزمنية للنتبؤ بأعداد المصابين بالأورام الخبيثة في محافظة الأنبار، مجلة جامعة الأنبار للعلوم الاقتصادية والإدارية، المجلد 4 العدد 8، العراق.
- [35] عبد الأحد، مناهل دنيال ويونس، ندوى سالم، (2012)، النتبؤ بكميات المبيعات للمنتج الطبي بواسطة طريقة التمهيد الآسي الثلاثي، مجلة التربية والعلم، المجلد 25، العدد 63، العراق.
- [36] عمار، غطفان وحيدر، بادية وعليان، ميس، (2017)، النتبؤ بالأمطار اليومية باستخدام تقنية الشبكات العصبية مع التحليل الموجي، مجلة جامعة البعث، المجلد 39 العدد 18، سوريا.
- [37] محمود، غزوان هاني، (2010)، تحسين طريقة التمهيد الآسي البسيط للتكهن بالسلاسل الزمنية، المجلة العراقية للعلوم الإحصائية، المجلد 10 العدد 18، العراق.
- [38] مخيمر، سامر وحجازي، خالد، (1996)، أزمة المياه في المنطقة العربية، سلسلة مجلات عالم المعرفة، تصدر عن المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب-الكويت.
- [39] نقار، عثمان والعواد، منذر، (2013)، استخدام نموذج فضاء الحالة State Space في التنبؤ بإنتاج القمح في سورية، مجلة جامعة دمشق للعلوم الاقتصادية والقانونية، المجلد 29 العدد الثاني، سوريا.

☒ التقارير والمنشورات: (الإصدارات الدورية)

- [40] المؤسسة المحلية للمياه والصرف الصحي، النشرة الإحصائية للأعوام (2007-2013)، إدارة التخطيط والإحصاء، عدن.
- [41] المؤسسة المحلية للمياه والصرف الصحي، مؤشرات إحصائية للأعوام 2008-2016م، إدارة التخطيط والإحصاء، عدن.
- [42] الجهاز المركزي للإحصاء، سلسلة كتاب الإحصاء السنوي للأعوام (2011-2013)، صنعاء، الجمهورية اليمنية.
- [43] صندوق النقد العربي، (2016)، التقرير الاقتصادي العربي الموحد، أبو ظبي، الامارات العربية المتحدة.

☒ مواقع الانترنت:

[44] <http://www.mwe.gov.ye/ministry/water.aspx>

وزارة المياه والبيئة، تاريخ الزيارة 2018/1/28

ثانياً: المراجع والمصادر الأجنبية:

☒ **References:**

- [45] Aoki, Masanao, (1990), *State Space Modeling of Time Series*, Second Edition, Springer International Publishing, Berlin Heidelberg, Germany.
- [46] Box, George & Jenkins, Gwilym & Reinsel, Gregory & Ljung, Greta M, (2015), *Time Series Analysis Forecasting and Control*, Fifth Edition John Wiley & Sons, USA.
- [47] Brockwell, Peter & Davis, Richard, (1991), *Time Series: Theory and Methods*, Second Edition, Springer International Publishing, New York, USA.
- [48] Brockwell, Peter & Davis, Richard, (1996), *Introduction to Time Series and Forecasting*, Second Edition, Texts in Statistics, Springer International Publishing, New York, USA.
- [49] Brockwell, Peter & Davis, Richard, (2002), *Introduction to Time Series and Forecasting*, First Edition, Springer International Publishing New York, USA.
- [50] Brockwell, Peter & Davis, Richard, (2016), *Introduction to Time Series and Forecasting*, Third Edition, Springer International Publishing, Switzerland.
- [51] Choi, In. (2015), *almost all about Unit Roots: Foundations, Developments, and Applications*, Cambridge University Press, United Kingdom.
- [52] Commandeur, Jacques & Koopman, Siem (2007), *An Introduction to State Space Time Series Analysis*, Oxford University Press, Oxford Statistical Science Series, USA.
- [53] Diebold, Francis X., (2017), *Time Series Econometrics: A Concise Course*, University of Pennsylvania, USA.

- [54] Durbin, James & Koopman Siem, (2001), **Time Series Analysis by State Space Methods**, First Edition, Oxford University Press, Oxford Statistical Science Series, United Kingdom.
- [55] Durbin, James & Koopman, Siem (2012), **Time Series Analysis by State Space Methods**, Second Edition, Oxford Statistical Science, Oxford University Press, United Kingdom.
- [56] Gourieroux, Christian & Monfort, Alain (1997), **Time Series and Dynamic Models**, Cambridge University Press, United Kingdom.
- [57] Harvey, Andrew & Koopman, Siem Jan & Shephard, Neil, (2004), **State Space and Unobserved Component Models: Theory and Applications**, Cambridge University Press, united kingdom
- [58] Harvey, Andrew, (1990), **Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter**, Cambridge University Press, New York, USA.
- [59] Harvey Andrew, (1993), **Time Series Models**, Second Edition, MIT Press, Massachusetts, USA.
- [60] Harvey, Andrew C, (2006), **Forecasting with Unobserved Components Time Series Models**, Handbook of Economic Forecasting, North Holland.
- [61] Hyndman, Rob & Athanasopoulos, George, (2013), **Forecasting Principles and practice**. Second EDITION, OTexts, Melbourne, Australia, available from <http://otexts.org/fpp>.
- [62] Hyndman, Rob & Koehler, Anne & Ord, Keith & Snyder, Ralph, (2008), **Forecasting with Exponential Smoothing: the State Space Approach**, Springer International Publishing, Germany.
- [63] Kanjilal, Partha Pratim, (1995), **Adaptive Prediction and Predictive Control**, Institution of Engineering and Technology, London, United Kingdom.
- [64] Keats, J. Bert & Hubele, Norma Faris, (1989), **Statistical Process Control in Automated Manufacturing**, MARCEL Dekker, INC, New York, USA.

- [65] Kim, Chang-Jin & Nelson, Charles, (1999), *State-Space Models with Regime Switching Classical and Gibbs-Sampling Approaches with Applications*, The MIT Press, Massachusetts Institute of Technology Cambridge, USA.
- [66] Makridakis, Spyros & Wheelwright, Steven & Hyndman, Rob, (1998), *Forecasting Methods and Applications*, third Edition, John-Wiley and Sons, New York, USA.
- [67] Neusser, Klaus, (2016), *Time Series Economics*, Springer International Publishing, Switzerland.
- [68] Pelagatti, Matteo M., (2016), *Time Series Modelling with Unobserved Components*, CRC Press Taylor & Francis Group, Florida, USA.
- [69] Percival, Donald & Walden, Andrew, (2000), *Wavelet Methods for Time Series Analysis*, Cambridge University Press, New York, USA.
- [70] Rowell, Derek, (2002), *State-Space Representation of LTI Systems*, Analysis and Design of Feedback Control Systems, Lecture Notes MIT Press, Cambridge.
- [71] Shumway, Robert H. & Stoffer, David S. (2011), *Time Series Analysis and its Applications with R Examples*, third Edition, Springer International Publishing, New York, USA.
- [72] Soman, K & Ramachandran, K & Resmi, N, (2010), *Insight into Wavelets: from Theory to Practice*, third edition, PHI Learning, New Delhi, India.
- [73] Tsay, Ruey, (2005), *Analysis of Financial Time Series*, Second Edition, John-Wiley and Sons, New Jersey, USA.
- [74] Tsay, Ruey, (2010), *Analysis of Financial Time Series*, third Edition, John Wiley & Sons, New York, USA.
- [75] Wei, William, (2005), *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*, Second Edition, Addison-Wesley Publishing Company, New York, USA.

[76] Welch, Greg & Bishop, Gary (2006), *An Introduction to the Kalman Filter*, University of North Carolina at Chapel Hill.

☒ Theses

- [77] Abu Al Rish, Rana Mahmoued, (2015), *Electricity Consumption Forecasting in The Khan Younis Province Using Exponential Smoothing and Box Jenkins Methods: A Modeling Viewpoint*, unpublished Master thesis, The Islamic University of Gaza, Palestine.
- [78] Bailey, Ken, (2017), *A Combined Wavelet and ARIMA Approach to Predicting Financial Time Series*, unpublished Master thesis, Dublin City University, Northside of Dublin, Republic of Ireland.
- [79] Bartos, Samuel, (2017), *Prediction of Energy Load Profiles*, unpublished Master thesis, Charles University, Theoretical Computer Science and Mathematical Logic, Prague, Czech Republic.
- [80] Bulut, Yalcin, (2011), *Applied Kalman Filter Theory*, Department of Civil and Environmental Engineering, unpublished doctoral thesis Northeastern University, Boston, Massachusetts, USA.
- [81] Cerny, Bc. Krystof, (2016), *Forecasting Electricity prices in the Czech spot market*, Master Thesis not published, Charles University, Prague, Czech Republic.
- [82] Hua, Yu, B., (2014), *Modeling and Prediction of Wind Power Data*, unpublished Master thesis, Texas Tech University, USA.
- [83] Kilic, Deniz Kenan, (2015), *Multiresolution Analysis of S&P500 Time Series*, unpublished Master thesis, Middle East Technical University, Ankara, Turkey.
- [84] Manjang, Sanna, (2014), *Modeling and Forecasting Gambia's Inflation Rates*, unpublished Master thesis, Pan African University, Institute of Basic Sciences, Kenya.

- [85] Marera, Double-Hugh, (2016), **An Application of Exponential Smoothing Methods to Weather Related Data**, Thesis not published, University of the Witwatersrand Johannesburg, South African.
- [86] Savas, Fredrik Nikolaisen, (2013), **Forecast Comparison of Models Based on SARIMA and the Kalman Filter for Inflation**, unpublished Master thesis Uppsala University, Sweden.
- [87] Skarbovik, Lars Fiva, (2013), **Forecasting House Prices in Norway: A Univariate Time Series Approach**, unpublished Master thesis, University i Tromso, Tromso, Norway.
- [88] Wang, Shuchun, (2006), **Exponential Smoothing for Forecasting and Bayesian Validation of Computer Models**, unpublished doctoral thesis, Industrial and Systems Engineering Georgia Institute of Technology.
- [89] Wang, Tinghong, (2013), **Commande robuste pour une gestion energetique fonction de l'etat de sante de la batterie au sein des vehicules hybrids**, unpublished doctoral thesis, de Grenoble, France.

☒ **Published Research**

- [90] Conejo, Antonio & Plazas, Miguel, & Espinola, Rosa & Molina, Ana, (2005), **Day-ahead Electricity Price Forecasting using the Wavelet Transform and ARIMA model**, IEEE Transactions on Power Systems, National Technical University, Volume: 20 , Issue: 2, Athens.
- [91] Goin Dana E. & Ahern, Jennifer, (2018), **Identification of Spikes in Time Series**, School of Public Health, University of California, Berkeley, California.
- [92] Hyndman, Rob & Khandakar, Yeasmin (2008), **Automatic Time Series Forecasting: The Forecast Package for R**, Journal of Statistical Software, American Statistical Association, Volume 27, Issue 3.
- [93] Kriechbaumer, Thomas & Angus, Andrew & Parsons, David & Rivas Casado, Monica, (2014), **An Improved Wavelet-ARIMA Approach for Forecasting**

- Metal Prices**, School of Applied Sciences, Cranfield University, Cranfield, vol. 39, United Kingdom.
- [94] Lattyak, William & Stokes, Houston H., (2011), **Exponential Smoothing Forecasting Using SCAB34S and SCA WorkBench**, Scientific Computing Associates Corp, Chicago.
- [95] Md-Khair, Nurull Qurraisha & Samsudin, Ruhaidah & Shabri, Ani, (2017), **Forecasting Crude Oil Prices Using Discrete Wavelet Transform with Autoregressive Integrated Moving Average and Least Square Support Vector Machine Combination Approach**, International Journal on Advanced Science, Engineering and Information Technology Vol.7, No (4-2).
- [96] Nury, Ahmad & Hasan, Khairul & Bin Alam, Jahir, (2015), **Comparative Study of Wavelet-ARIMA and Wavelet - ANN models for temperature Time Series data in Northeastern Bangladesh**, Journal of King Saud University, Vol. 29.
- [97] Omekara C. & Okereke O. E. & Ehighibe S. E. , **Time Series Analysis of Interest Rate in Nigeria: A Comparison of ARIMA and State Space Models**, (2016), International Journal of Probability and Statistics, Vol. 5, No. 2
- [98] Ozmen, Mehmet & Sanli, Sera, (2015), **HEGY Seasonal Unit Root Test: An Application On Balance of Payments In Turkish Economy**, Çukurova Universitesi, C.U. Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, Vol. 24, No 2
- [99] Percival, Donald & Wang, Muyin & Overland, James, (2004), **an Introduction to Wavelet Analysis with Application to Vegetation Time Series**, Community Ecology, University of Washington, Vol. 5, No. 1.
- [100] Rahman, Jahanur & Hasan, Al Mehedi, (2014), **Performance of Wavelet Transform on Models in Forecasting Climatic Variables**: Publishe in

Computational Intelligence Techniques in Earth and Environmental Sciences, Springer International Publishing. Netherlands.

- [101] Ramos, Patricia & Oliveira, José Manuel, (2016), *A Procedure for Identification of Appropriate State Space and ARIMA Models Based on Time-Series Cross-Validation*, Algorithms, Volume 9, Issue 4, Porto, Portugal.
- [102] Ramos, Patricia & Santos, Nicolau & Rebelo, Rui, (2015), *Performance of State Space and ARIMA Models for Consumer Retail Sales Forecasting*, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 34.
- [103] Taylor, James, W. (2003), *Exponential Smoothing with a damped Multiplicative Trend*, International Journal of Forecasting, University of Oxford, Vol .19.
- [104] Tiwari, Aviral & Dutta, Subhendu & Dash, Aruna,(2017), *Testing of the Seasonal Unit Root Hypothesis in the Price Indices of Agricultural Commodities in India*, Asian Journal of Agriculture and Development, Southeast Asian Regional Center for Graduate Study and Research in Agriculture (SEARCA), Vol. 14, No 2.
- [105] Valvi, Jigneshkumar & Shah, Prashant, (2018), *Forecasting of Time Series Data Using Hybrid ARIMA Model With The Wavelet Transform*, International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET), Volume: 5 Issue: 6, India.
- [106] Wang, Wensheng & Ding, Jing, (2003), *Wavelet Network Model and Its Application to the Prediction of Hydrology*, Nature and Science, Vol.1, No.1, Marsland Press, New York City, USA.
- [107] XU, Dong-wei & WANG, Yong-dong & JIA, Li-min & QIN, Yong & DONG, Hong-hui, (2017), *Real-time Road Traffic State Prediction based on ARIMA and Kalman Filter*, Frontiers of Information Technology & Electronic, Volume 18, Issue 2, China.

- [108] Yusof, Fadhilah & Kane, Ibrahim (2012), **Modeling Monthly Rainfall Time Series Using ETS State Space and SARIMA Models**, International Journal of Current Research, Universiti Teknologi, Vol. 4, Issue, 09, Malaysia.
- [109] Zulfi, Mohammad & Hasan, Mohammad & Purnomo, Kosala, (2018), **The development rainfall Forecasting-using Kalman Filter**, Journal of Physics, Conference Series, Volume 1008, conference 1, IOP Science, United Kingdom.

*Use of Wavelet Transform and State Space representation
for Box – Jenkins Models and Exponential Smoothing for
Forecasting to consumption of Water in Aden Governorate*

*Dr. Nemran Sultan Ali Ahmed Aldubai
Dr. Abdul Razak Ahmad Alrazha*

2023